Fonctions de références en 2^{nde}

Contenus du fichier :

- 4 ateliers pour la phase "entre experts" : fonction carré, fonction cube, fonction racine carrée et fonction inverse. Chaque fonction permet de différencier auprès des élèves.
- Document pour la phase "Mise en commun".
- Tâche finale

Prérequis : Un premier contact avec les fonctions est nécessaire avant d'aborder cette activité. Il est surtout nécessaire que les élèves aient travaillé la représentation graphique de fonction, l'ensemble de définition d'une fonction, les tableaux de signes et de variations d'une fonction ainsi que la résolution graphique d'équation et d'inéquation.

Attendus de 2nde : Les élèves doivent se constituer un répertoire d'images mentales des courbes représentatives des fonctions de référence, sur lesquelles s'appuyer lors de l'étude des propriétés des fonctions.

Objectifs des ateliers :

- **Fonction carré** : pour les élèves les plus en difficulté. Observer la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, dans le tableau de valeurs et graphiquement. Remobiliser la construction de tableaux de signes et de variations avec un exemple simple. Créer une image mentale de la fonction carré avec un support claire pour le transmettre aux autres à la phase suivante.
- **Fonction cube** : pour les élèves en difficulté, mais un peu plus à l'aise. Observer la symétrie par rapport à l'origine du repère, dans le tableau de valeurs et graphiquement. Remobiliser la construction de tableaux de signes et de variations avec un exemple simple. Créer une image mentale de la fonction cube avec un support claire pour le transmettre aux autres à la phase suivante.
- **Fonction racine carrée** : pour les élèves plus à l'aise. Observer l'ensemble de définition de cette fonction, par le calcul et graphiquement. Créer une image mentale de la fonction racine carrée avec un support claire pour le transmettre aux autres lors de la phase suivante.
- **Fonction inverse** : pour les élèves les plus à l'aise. Observer l'ensemble de définition de la fonction et la symétrie autour de l'origine du repère, dans le tableau de valeurs et graphiquement. Créer une image mentale de la fonction racine carrée avec un support claire pour le transmettre aux autres lors de la phase suivante.

Objectifs de la mise en commun : Se construire une image mentale des 4 fonctions de référence. Regrouper les 4 représentations graphiques dans un même repère afin d'étudier les positions relatives des courbes et la résolution d'équations et d'inéquations. Travailler sur la composition de fonctions à partir des fonctions de références.

Proposition de déroulé : En A.P., les élèves forment des groupes de 4. Le professeur explique le déroulé et les objectifs de la classe puzzle. Les groupes de 4 ainsi formés serviront pour la phase de "mise en commun". Le professeur demande ensuite aux élèves de se répartir en fonction de leur ressenti personnel sur la notion de fonctions (Se sentent-ils à l'aise ? Pensent-ils maîtriser la notion ?...).

Vient alors la phase "entre expert". Celle-ci dure environ une heure selon l'avancement de chaque groupe. Le professeur circule pendant ce temps et vérifie l'avancée homogène des groupes en donnant des coups de pouces aux élèves.
En heure classique de classe entière, les élèves reforment les groupes préparés avant la phase "entre expert". La phase de "mise en commun" dure également une heure. Le professeur continu de circuler pour vérifier le bon déroulement, répondre aux questions des élèves ou encore donner des coups de pouces.
A l'issue de ces deux phases, le professeur passe en plénière pour construire le cours et corriger éventuellement le travail de "mise en commun". Les groupes travaillent ensuite sur la tâche finale qui peut prendre entre une et deux heures. Cette tâche finale peut ensuite être ramassé et évaluer, puis corrigé en plénière.

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

1) Donner l'ensemble de définition de cette fonction.

....

2) Compléter un tableau de valeurs sur [-8 ;8] :

x	
$f(x)$	

3) Tracer sa courbe représentative dans un repère.

4) Quelles remarques peut-on faire sur la courbe.

....

....

....

5) Compléter son tableau de variations sur son ensemble de définition.

x	
Variations de $f(x)$	

6) Compléter son tableau de signe sur son ensemble de définition.

x	
Signe de $f(x)$	

On considère la fonction f définie par $f(x) = x^3$.

1) Donner l'ensemble de définition de cette fonction.

....

2) Compléter un tableau de valeurs sur [-8 ;8] :

x	
$f(x)$	

3) Tracer sa courbe représentative dans un repère.

4) Quelles remarques peut-on faire sur la courbe.

....

....

....

5) Compléter son tableau de variations sur son ensemble de définition.

x	
Variations de $f(x)$	

6) Compléter son tableau de signe sur son ensemble de définition.

x	
Signe de $f(x)$	

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x}$.

1) Donner l'ensemble de définition de cette fonction.

....

2) Compléter un tableau de valeurs sur [-8 ;8] :

x	
$f(x)$	

3) Tracer sa courbe représentative dans un repère.

4) Quelles remarques peut-on faire sur la courbe.

....

....

....

5) Compléter son tableau de variations sur son ensemble de définition.

x	
Variations de $f(x)$	

6) Compléter son tableau de signe sur son ensemble de définition.

x	
Signe de $f(x)$	

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

1) Donner l'ensemble de définition de cette fonction.

....

2) Compléter un tableau de valeurs sur [-8 ;8] :

x	
$f(x)$	

3) Tracer sa courbe représentative dans un repère.

4) Quelles remarques peut-on faire sur la courbe.

....

....

....

5) Compléter son tableau de variations sur son ensemble de définition.

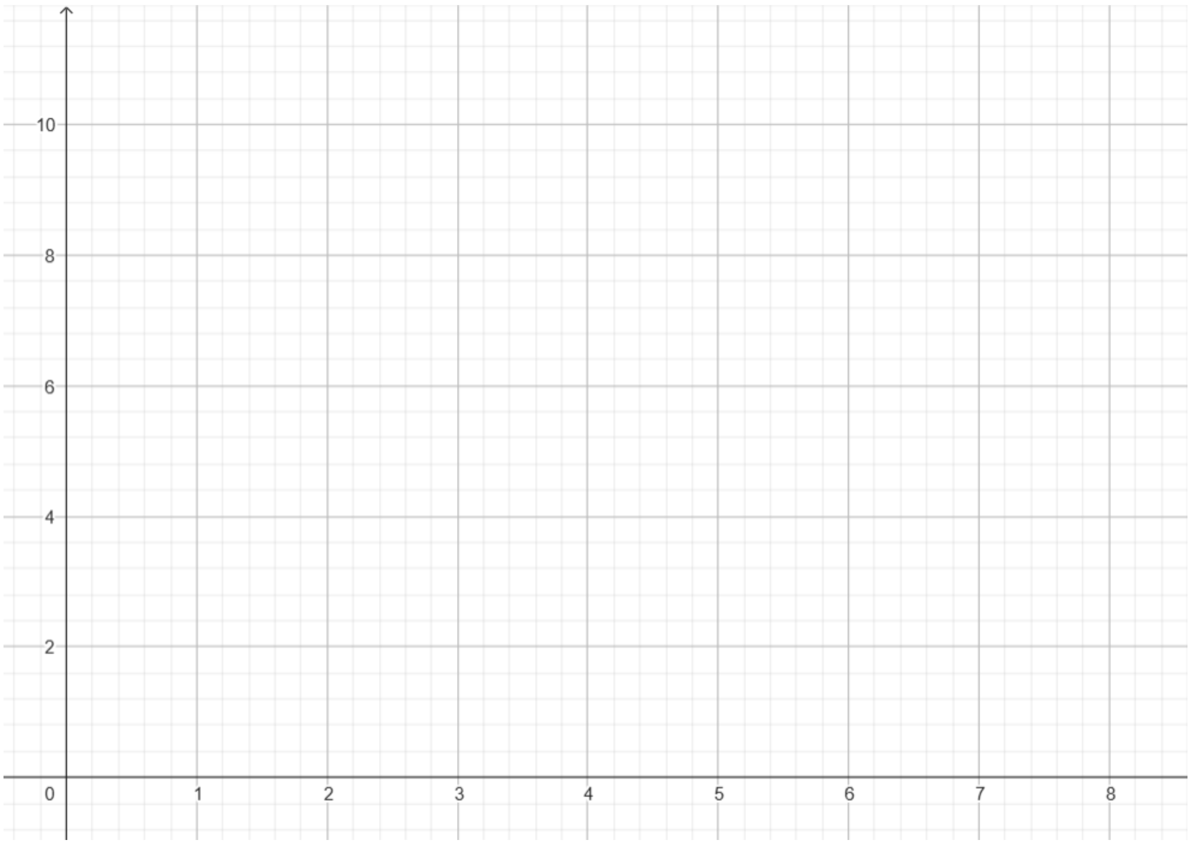
x	
Variations de $f(x)$	

6) Compléter son tableau de signe sur son ensemble de définition.

x	
Signe de $f(x)$	

Construction du cours

Exercice 1 : 1) Dans le repère ci-dessous, tracer les fonctions suivantes :
$f(x) = x^2$; $g(x) = x^3$; $h(x) = \sqrt{x}$; $k(x) = \dfrac{1}{x}$ sur l'intervalle [0 ;8]. (Chacune d'une couleur différente)



2) Compléter par $<$, $>$ ou $=$ sans utiliser la calculatrice.

a) Avec la fonction carré :

$$3^2 \dots 4^2 \qquad (-7)^2 \dots (-5)^2 \qquad (-13,06)^2 \dots 13,06^2 \qquad (-\pi)^2 \dots (-4)^2$$

b) Avec la fonction racine carrée :

$$\sqrt{25} \dots \sqrt{49} \qquad \sqrt{3} \dots \sqrt{2} \qquad \sqrt{24,781} \dots \sqrt{24,79} \qquad \sqrt{\frac{13}{7}} \dots \sqrt{\frac{11}{7}}$$

c) Avec la fonction cube :

$$(-2)^3 \dots 2^3 \qquad (-141)^3 \dots (-143)^3 \qquad 10,039^3 \dots 10,04^3 \qquad \left(\sqrt{\frac{13}{7}}\right)^3 \dots \left(\sqrt{\frac{11}{7}}\right)^3$$

d) Avec la fonction inverse :

$$\frac{1}{7}\dots\frac{1}{8} \qquad \frac{1}{(-13,06)^2}\dots\frac{1}{13,06^2} \qquad \frac{1}{10,039^3}\dots\frac{1}{10,04^3} \qquad \frac{1}{\sqrt{24,781}}\dots\frac{1}{\sqrt{24,79}}$$

e) En mélangeant les fonctions :

$$0,2^2\dots\frac{1}{0,2} \qquad \sqrt{\frac{3}{7}}\dots\left(\frac{3}{7}\right)^3 \qquad \frac{1}{10^7}\dots\sqrt{10^7} \qquad -\pi^3\dots-\pi^2$$

<u>Exercice 2 :</u> Donner l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $k(x) = \dfrac{1}{x^3}$

b) $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

c) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x}}$

d) $h(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$

e) $i(x) = \dfrac{1}{x^2+4}$

f) $j(x) = \sqrt{x^2 - x^3}$

<u>Exercice 3 :</u> Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes :

a) Avec la fonction carré :

$$x^2 = 81; \qquad x^2 \leq 7; \qquad x^2 < 4; \qquad x^2 = 0; \qquad x^2 > -1$$

b) Avec la fonction racine carrée :

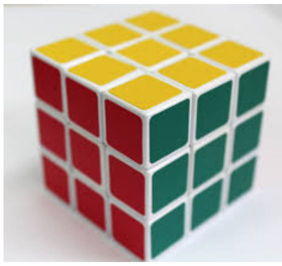
$$\sqrt{x} \leq 3; \qquad \sqrt{x} = -1; \qquad \sqrt{x} < \pi$$

c) Avec la fonction cube :

$$x^3 = 2\sqrt{2}; \qquad x^3 < -8$$

d) Avec la fonction inverse :

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{7}; \qquad \frac{1}{x} = \frac{5}{6}; \qquad \frac{1}{x} \leq -\frac{1}{8}; \qquad \frac{1}{x} \leq 12; \qquad \frac{3}{x} \leq 6$$



Tâche finale : Le fabriquant de jouet

Répondre aux questions en vous aidant des graphiques obtenus lors de la phase de mise en commun. Vous devez produire chacun votre compte rendu mais il est possible de vous entraider pour répondre au problème.

Un fabriquant de jouet souhaite présenter sa dernière création lors d'un salon. Il voudrait créer une version agrandie de son jeu pour attirer les investisseurs. Il souhaite que son jeu soit posé sur un socle en tissu dont les dimensions seront celles d'une des faces du jeu. Il prépare également un sticker à coller au bas d'une des faces pour présenter les règles du jeu.
En réfléchissant à sa présentation, il se rend compte que les dimensions du jeu vont influencer trois variables :

— Le prix du tissus pour le socle : il en trouve un à 8,54€$/m^2$.

— Le prix de la matière pour le cube : il prévoit un coût de 13,63€$/m^3$.

— La largeur du stickers car sa surface est fixée à 0,85 m^2 et sa longueur est celle du cube.

1) S'il double les dimensions, comment évoluent les différents prix et la largeur des stickers ?

2) Il se rend compte, au vu du prix, qu'il pourrait aller jusqu'à multiplier par 10 la surface de son jeu. Comment évoluerait alors la longueur du cube, les prix, et la largeur du stickers ?

3) Un revendeur lui propose de faire une version miniature de son jeu : réduire d'un tiers le volume. Comment évoluerait alors la longueur du cube, les prix, et la largeur du stickers ?