IREM – PAYS DE LOIRE
Recherche et formation – Enseignement des mathématiques et de l'informatique

Brochure 2 : Séquence sur les fractions décimales

De l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale des nombres décimaux

Lucie BRACHET
Bruno COURTEL
Magali HERSANT
Fabienne JANNIÈRE
Florence LUCAS

Introduction

Cette séquence est largement inspirée des travaux de Douady et Perrin-Glorian (1986) et du ERMEL CM1. Elle s'inscrit dans la continuité de la séquence d'introduction des fractions au CM1. Après avoir introduit les fractions comme des nouveaux nombres et permis aux élèves de s'approprier la signification et le codage - décodage de fractions simples ainsi que leur positionnement sur la droite graduée, il s'agit de réinvestir ces connaissances pour travailler spécifiquement sur les fractions décimales — qui définissent l'ensemble des nombres décimaux — et leur représentation sous la forme d'une écriture à virgule.

Dans la séquence 1 d'introduction des fractions au CM1, les élèves ont commencé à travailler avec des fractions décimales (séance 5 en particulier), la relation $\frac{10}{10}$ u = 1 u a été établie. Dans la présente séquence, l'égalité $\frac{100}{100}$ u = 1u est établie et le travail plus spécifique sur les fractions décimales aboutit à la mise en relation des trois écritures d'un même nombre.

Exemple :

Écriture sous la forme d'une fraction décimale	Écriture sous la forme d'une somme de fractions décimales appelée décomposition canonique	Écriture à virgule
$\frac{127}{100}$	$1 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$	1,27

Par ailleurs, dans la séquence 1, les élèves ont travaillé essentiellement avec des fractions qui exprimaient des mesures de longueurs. Les fractions étaient donc associées à une unité de mesure : par exemple, $\frac{5}{4}$ u et non $\frac{5}{4}$. Indiquer systématiquement l'unité nous semblait important pour habituer les élèves à chercher à quelle unité de mesure on se référait. Dans cette séquence 2, il s'agit de se dégager du contexte des grandeurs pour permettre un travail sur les nombres décimaux : leur écriture décimale, leur ordre et leur comparaison. Le contexte de référence est toujours la droite graduée, l'unité de mesure est donc toujours la longueur du segment compris entre le 0 et le 1 ou entre deux entiers consécutifs de la droite graduée, comme cela a été introduit au cours de la séance 6 de la séquence 1. C'est pourquoi, dans ce contexte, l'unité n'est plus indiquée : on note $\frac{1}{10}$ et non $\frac{1}{10}$ u. Ce contexte permet ainsi d'alléger les écritures et de travailler sur les nombres décimaux en tant que tels.

Si l'on se réfère aux programmes en vigueur en septembre 2023, la première séquence relève de la période 1 de l'année de CM1, tandis que cette séquence relève de la période 2. Toutefois, les deux séquences ne doivent pas forcément s'enchaîner. Dans ce cas, il sera important de poursuivre entre les deux séquences un travail régulier sur les fractions, particulièrement en lien avec la droite graduée (positionner des fractions sur la droite graduée, donner la fraction qui correspond à une position sur la droite graduée). En effet, il s'agit de permettre aux élèves d'envisager les fractions comme des nombres et non seulement comme des mesures pour faciliter ensuite le travail sur l'écriture décimale des nombres décimaux, puis leur comparaison et leur ordre.

Nombres décimaux

Les nombres rationnels s'écrivent sous la forme de fractions. Un nombre rationnel peut être représenté par différentes fractions équivalentes.

Ex : $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$

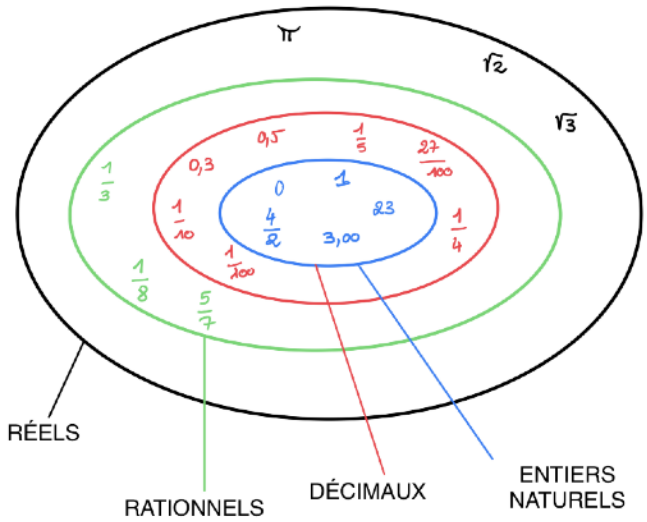
Les nombres décimaux sont des rationnels particuliers : ils peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction décimale, c'est-à-dire dont le dénominateur est une puissance de 10.

Ex : $\frac{1}{2}$ est nombre décimal car $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

$\frac{5}{4}$ est aussi un nombre décimal : $\frac{5}{4} = \frac{125}{100}$

2 est un nombre décimal : $2 = \frac{2}{1} = \frac{20}{10}$

Contre-exemple : $\frac{2}{3}$ n'est pas un nombre décimal, c'est simplement un rationnel. En effet, il ne peut pas s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.



Un nombre décimal peut s'écrire aussi sous la forme d'une écriture décimale (repères de progression), c'est-à-dire avec une virgule. Cette écriture est une convention qui prolonge celle des nombres entiers : par convention 1,247 représente le nombre qui vaut 1 + $\frac{2}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$.

La pluralité des écritures d'un nombre rend compte de son appartenance à plusieurs familles de nombres (ensembles). Par exemple, un demi peut s'écrire :

- sous la forme d'une fraction : $\frac{1}{2}$, cette écriture met en évidence que c'est un nombre rationnel ;
- sous la forme d'une fraction décimale : $\frac{5}{10}$, $\frac{50}{100}$, cette écriture met en évidence que c'est un nombre décimal ;
- sous la forme d'une écriture décimale à virgule 0,5 ce qui met en évidence que c'est un nombre décimal.

Écritures et lecture des nombres décimaux

L'introduction d'une convention d'écriture des décimaux répond historiquement à un besoin d'effectuer facilement, pour le commerce, des calculs impliquant des fractions décimales utilisées en Occident à partir XVIème siècle. On attribue au belge Simon Stevin l'invention d'une première écriture qui facilite ces calculs. En 1585, il écrit un ouvrage de référence sous la forme d'un petit guide appelé « la Disme ». Le système qu'il propose prolonge les règles d'écriture des nombres entiers dans le système de numération décimale de position aux fractions décimales. Ainsi, par exemple, il représente $\frac{89532}{1000}$ c'est-à-dire 89 + $\frac{5}{10}$ + $\frac{3}{100}$+ $\frac{2}{1000}$ sous la forme suivante :

89 ⓪ 5 ① 3 ② 2 ③

Avec une telle écriture les techniques connues pour l'addition, la soustraction, la division et la multiplication des entiers se transfèrent facilement aux nombres décimaux. L'idée de Stevin a été adoptée en une dizaine d'années seulement. Elle a été traduite avec différentes conventions d'écriture : 89o532, puis 89.532 et enfin 89,532. Cette dernière écriture correspond à l'écriture décimale que nous connaissons, elle est due à l'écossais John Neper en 1617.

Nos choix

Concernant l'apprentissage des nombres décimaux et de leur écriture décimale, trois aspects nous semblent ainsi particulièrement importants :

- comprendre que cette convention d'écriture prolonge celle des nombres entiers
- comprendre la signification de cette convention en lien avec l'écriture du nombre sous la

forme d'une addition de fractions décimales que nous appelons décomposition canonique

– comprendre que, malgré la continuité dans l'écriture entre nombres entiers et nombres décimaux, la comparaison des nombres décimaux à partir de leur écriture décimale ne se fait pas avec les mêmes « règles » que celle des entiers. Ainsi par exemple : 3,6 est plus grand que 3,45 même s'il y a moins de chiffres dans l'écriture décimale de ce nombre :

$$3{,}6 = 3 + \frac{6}{10} \text{ alors que } 3{,}45 = 3 + \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$$

Pour cela, il nous semble utile de

➡ préciser que l'écriture décimale relève d'une convention et rappeler brièvement son origine,

➡ expliciter la façon de lire les nombres écrits avec une virgule (dire 5 unités et 23 centièmes plutôt que 5 virgule 23),

➡ insister sur la signification des chiffres dans l'écriture décimale et leur lien avec les fractions décimales,

➡ entrainer les élèves à passer de l'écriture fractionnaire à écriture décimale et réciproquement,

➡ être attentif à lire et faire lire correctement les écritures décimales des nombres décimaux,

➡ rappeler qu'il s'agit d'un même nombre écrit de façons différentes contribuent à ces apprentissages.

Nous faisons des propositions qui vont dans ce sens et en particulier nous proposons un entraînement systématique au codage et décodage.

Par ailleurs, au regard de ces objectifs, nous avons jugé que l'usage d'un tableau de numération présentait, à ce stade de l'apprentissage, une limite : les élèves risquent d'agir de façon mécanique sans revenir à la signification des écritures. C'est pourquoi nous ne l'introduisons pas.

Enfin, nous avons choisi de ne pas utiliser les expressions « partie entière » et « partie décimale » car elles nous semblent susceptibles d'installer la conception de nombres décimaux comme la juxtaposition de deux entiers. Nous préférons parler de nombre d'unité, de dixièmes, de centièmes, comme on le fait pour les entiers quand on travaille en numération.

L'icône suivante indique qu'un support interactif pour TNI (tableau numérique interactif) est disponible pour l'activité sur le site de l'IREM. Pour utiliser ces fichiers, vous devez installer le logiciel gratuit Openboard.

Crédit de l'icône : Icon by Muhazdinata

Sommaire

La droite graduée constitue un contexte de travail tout au long de la séquence : ce contexte permet au cours de la séance 1 de faire le lien avec la fraction introduite comme des parties de bandes de papier puis des mesures de longueur (voir brochure 1) tout en signifiant que les fractions sont des nombres. Envisager les fractions comme des nombres est essentiel pour réaliser le lien entre fraction décimale et nombre décimal.

Petit à petit, les élèves seront amenés à se détacher de la droite graduée pour effectuer les décompositions canoniques de fractions décimales (exemple : $\frac{328}{100} = 3 + \frac{2}{10} + \frac{8}{100}$). Il s'agit en effet d'acquérir une certaine aisance dans ces décompositions. La droite graduée pourra toujours cependant servir à valider ou invalider les propositions des élèves.

La séquence débute par deux situations de recherche pour rappeler et construire les équivalences entre l'unité, les dixièmes et les centièmes. La convention d'écriture décimale des nombres décimaux est ensuite présentée avant de faire l'objet d'une appropriation par les élèves.

Les valeurs numériques choisies permettent de rencontrer progressivement les difficultés inhérentes à l'apprentissage des nombres décimaux. Nous vous conseillons donc de garder les valeurs proposées.

Séances	Pages	Objectifs	Étapes dans l'apprentissage	Traces écrites
S0		**En amont de la séquence** Placer des fractions sur la droite graduée. Revoir en calcul mental les équivalences telles que 10 x 10 = 100 ainsi que les calculs de 10 en 10, de 100 en 100…	Consolidation / réactivation des prérequis	
S1	8	**Les relations entre fractions décimales** Envisager la fraction comme un nombre plus que comme une mesure de longueur. Établir les relations $1 = \frac{100}{100} = \frac{10}{10}$ et $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$	Situation de recherche	X
S2	15	**Décomposition canonique d'une fraction décimale : découverte** Apprendre à décomposer une fraction décimale, de façon canonique, afin de l'encadrer entre deux nombres entiers et de la situer facilement sur une ligne graduée.	Situation de recherche	X
S3	23	**Décomposition canonique et recomposition de fractions décimales dans le contexte de la droite graduée : entrainement et trace écrite** S'entrainer à décomposer une fraction décimale, de façon canonique, afin de l'encadrer entre deux nombres entiers et de la situer facilement sur une droite graduée.	Appropriation	X
S4	28	**Décomposition canonique et recomposition de fractions décimales : entrainement individuel** S'entrainer individuellement à décomposer une fraction décimale, de façon canonique, afin de l'encadrer entre deux nombres entiers et de la situer facilement sur une droite graduée.	Entrainement	
S5	29	**Introduction de l'écriture décimale (à virgule)** S'approprier la convention d'écriture des nombres décimaux en écrivant une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal et vice-versa.	Découverte et appropriation	X
S6 S7 S8	33 35 36	**Entraînement à l'écriture de nombres décimaux** S'approprier la convention d'écriture des nombres décimaux en écrivant une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal et vice-versa.	Entrainement	

Séance 1 : les relations entre fractions décimales (1h)

Objectifs :

- Envisager la fraction comme un nombre plus que comme une mesure de longueur.

- Établir les relations suivantes : $1 = \frac{100}{100} = \frac{10}{10}$ et $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

Cette séance comporte quatre phases :

A. Construction du matériel

B. Relation entre centièmes et unités

C. Placement des unités sur la bande

D. Relation entre centièmes et dixièmes

Cette séance alterne temps de recherche en binôme et temps de validation en collectif. Les différents temps d'institutionnalisation sont concrétisés par des traces rédigées collectivement.

Matériel à prévoir (annexe 1 : séance 1)

- Par binôme de niveau homogène

➡ Une bande graduée en centièmes de 2,5 m : 10 morceaux de 25 cm à assembler dont un avec l'origine de la graduation « 0 » (bande photocopiable en annexe 1)

➡ Une bande de papier de couleur de 65 cm par 2 cm de large (en prévoir quelques-unes en plus éventuellement)

➡ De la colle, des ciseaux, un crayon de bois et une gomme.

- Pour l'enseignant

➡ Une bande graduée en centièmes de 2,5 m soit 10 morceaux à assembler ou à faire assembler par un groupe d'élèves rapides et précis

➡ Une bande de papier de couleur de 50 cm par 2 cm de large ; cette bande constitue la bande » unité »

➡ Une bande de papier de couleur de 5 cm par 2 cm de large ; cette bande constitue la bande « un dixième de l'unité »

➡ Une boite de rangement et des trombones ou une pochette plastique pour ranger les bandes des élèves.

➡ Du ruban adhésif

➡ Une affiche pour noter au fur et à mesure les éléments à retenir

Précisions sur le matériel

- Pour vous permettre de construire les bandes, nous vous donnons les mesures des longueurs des bandes mais il ne faut pas les donner aux élèves. Sinon ils seraient tentés de travailler avec des cm et des mm et pas avec les fractions.

- Rappeler aux élèves qu'ils n'ont pas le droit d'utiliser la règle graduée.

- Les bandes de couleur (de 65 cm) des élèves seront utilisées pour construire, pour chaque binôme, une bande unité et une bande un dixième. Sur chacune de ces bandes les élèves indiqueront « 1 unité » et « $\frac{1}{10}$ u ». En effet, lorsque l'on travaille avec les bandes on considère des mesures de longueur, on précise donc l'unité (ex : 1u, $\frac{1}{10}$ u). En revanche, lorsqu'on travaille sur la droite graduée, on travaille avec les nombres et on ne précise plus l'unité (ex : 1, $\frac{1}{10}$) (voir rubrique « nos choix » dans l'introduction).

- L'origine de la graduation (« 0 ») est indiquée sur une des bandes.

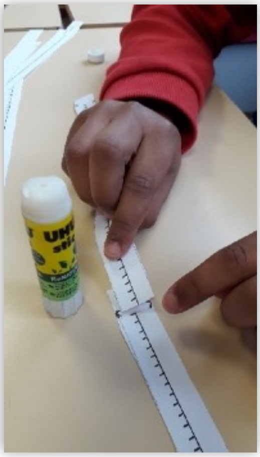
- L'enseignant peut proposer aux élèves d'utiliser une bande unité qu'il fournit pour valider les bandes construites.

- Veillez à ce que les élèves écrivent leur prénom sur chaque bande.

Phase A : Construction du matériel

Cette phase peut se dérouler lors d'une séance précédente ou bien au tout début de la séance.

Par expérience, la construction du matériel prend du temps et peut poser des difficultés aux élèves. Il faudra être vigilant à ne pas consacrer une trop grande part de la séance à cette activité non mathématique. Deux options se présentent :

L'enseignant découpe à l'avance les bandes et les élèves les collent. Cette organisation permet de privilégier le temps d'activité mathématique dans la classe.	L'enseignant donne la feuille avec les 10 bandes à chaque binôme, les élèves découpent et assemblent les bandes pour créer la grande bande.	
Durée : 5 min	Durée : 30 min	

Pendant que les élèves effectuent les collages, l'enseignant dispose au tableau sa bande graduée.

Phase B : Relation entre centièmes et unités

1. Présentation du matériel aux élèves

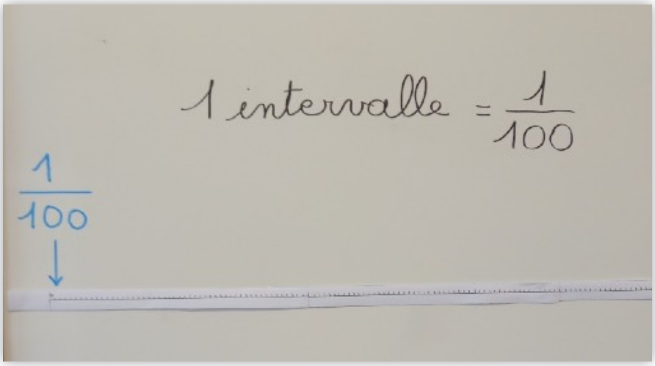
L'enseignant présente la bande blanche et explique les graduations :

« Sur la bande que vous avez construite, les traits sont espacés d'un centième d'unité. Cela signifie qu'un intervalle, par exemple entre ce trait et celui-ci, correspond à un centième d'unité. Ici aussi, entre ce repère là et le suivant, il y a 1 centième de l'unité. »

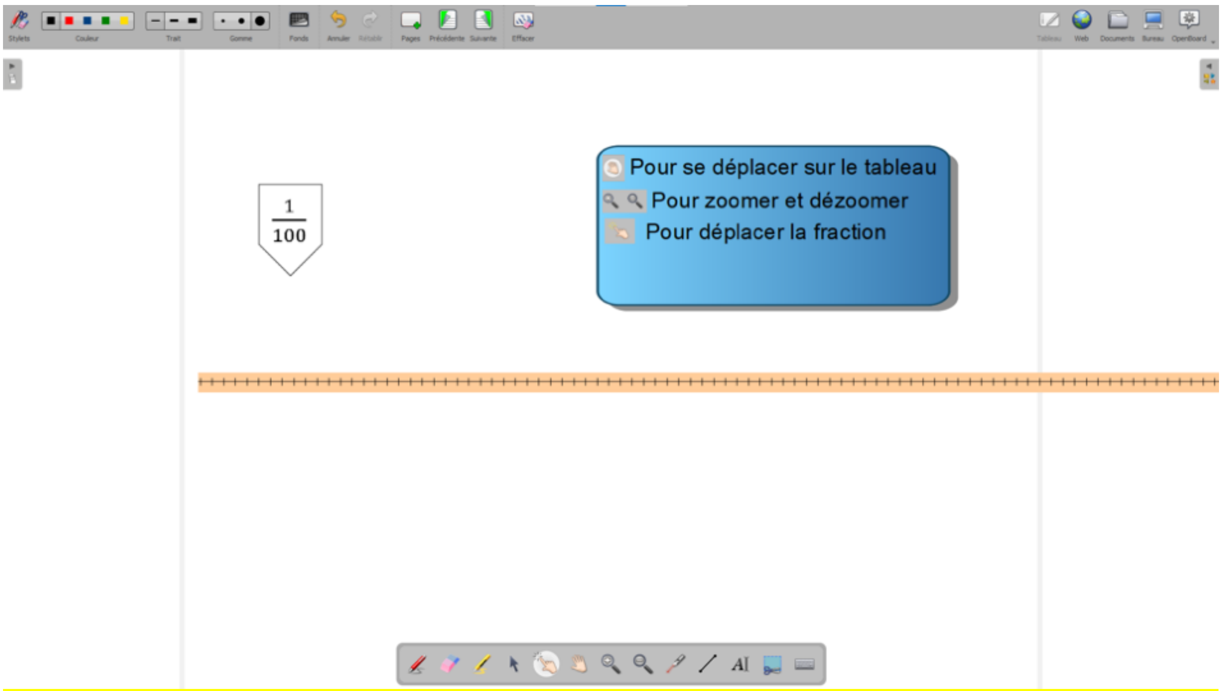
Puis il poursuit, en positionnant son doigt sur la graduation qui correspond à un centième :

« Mon doigt est sur la première graduation après le 0. Qu'est-ce que je peux écrire ici pour retenir à quoi correspond ce repère ? »

L'enseignant introduit alors la notation $\frac{1}{100}$ et écrit au tableau : « un intervalle vaut $\frac{1}{100}$ ».



S'il a un tableau numérique ou un vidéoprojecteur, l'enseignant peut zoomer et noter la valeur sur la droite graduée.



2. Présentation de la consigne de l'activité de recherche

« Vous allez découper la bande de couleur pour qu'elle mesure 1 unité. »

- Aides possibles :

a) L'enseignant montre la première graduation après le zéro, puis la seconde et rappelle leur valeur :

« Ici, c'est $\frac{1}{100}$ *de l'unité. Entre ces deux graduations il y a un centième, donc ici c'est 1 centième et encore 1 centième donc 2 centièmes, etc. Maintenant, d'après toi, combien y a-t-il de centièmes dans une unité ? »*

b) Pour que l'élève remobilise le sens d'une écriture fractionnaire, l'enseignant lui propose de revenir à une fraction connue, par exemple lui demande :

« Combien y a-t-il de quarts dans une unité ? ».

3. Mise en commun

L'enseignant s'assure que tous les élèves ont indiqué « 1u » sur leur bande et qu'ils ont bien marqué leur prénom au dos de leur bande.

La bande blanche de l'enseignant est au tableau.

Les bandes découpées par les élèves sont disposées au tableau les unes en dessous des autres, sous la bande blanche, alignées verticalement avec le « 0 » de la bande blanche. Cela permet de comparer les longueurs.

La mise en commun permet de recenser les principales procédures utilisées par les élèves, d'écarter celles qui sont erronées et de commenter les correctes.

- Le comptage de centièmes en centièmes : « *Vous avez compté un par un 100 centièmes, ça fait bien un parce que 100 centièmes c'est 1. C'est juste mais c'est une procédure peu économique et source d'erreurs* ».

- L'utilisation des morceaux de bande blanche : les élèves ont remarqué que chaque morceau de bande correspond à 50 centièmes et qu'avec 2 bandes on a 100 centièmes : « *Vous avez remarqué que cette partie, là (en montrant) correspond à 50 centièmes, donc avec deux parties on a bien 100 centièmes. C'est une procédure plus rapide et plus sure* ».

- Le regroupement de 10 centièmes et le comptage de 10 centièmes en 10 centièmes : « *Pour compter 100 centièmes, vous avez utilisé le fait que 10 fois 10 c'est 100. C'est une procédure très intéressante dont on reparlera tout à l'heure.* » .

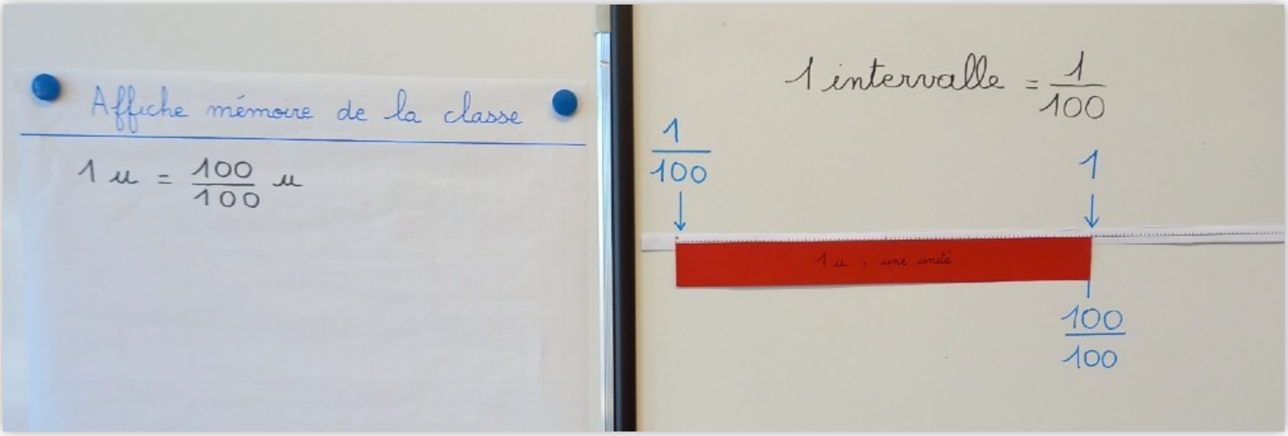
4. Synthèse

Les bandes des élèves sont enlevées du tableau et l'enseignant place sa propre bande unité afin d'institutionnaliser les savoirs :

« Il y a 100 centièmes dans une unité. Pour construire une bande de 1 unité il faut donc 100 intervalles. »

L'enseignant dénombre sur sa droite graduée les 100 intervalles avec la stratégie la plus évoluée dans la classe et montre le repère. Il demande « *que peut-on écrire ici ?* » Les élèves proposent 1 ou $\frac{100}{100}$.

L'enseignant met en évidence la relation entre ces deux écritures du même nombre en les notant l'une en dessous de l'autre, comme sur la photo. Il précise « *entre 0 et ce repère il y a 100 centièmes c'est-à-dire 1 unité.* » et le note sur une affiche à côté qui sera « la mémoire de la classe ».



L'enseignant invite les élèves à faire de même sur leur droite graduée.

Si les élèves demandent pourquoi il y a un « u » dans l'égalité et pas sur la droite graduée, l'enseignant peut expliquer : « *Puisqu'on a convenu que chaque intervalle correspond à un centième de l'unité, on n'est plus obligé de noter le petit "u" à côté des nombres que l'on place sur la bande graduée.* »

Phase C : Placement des unités sur la bande

Cette phase vise à placer sur la droite graduée des repères qui faciliteront le travail ultérieur et non à travailler sur l'appropriation de l'égalité $1 = \frac{100}{100}$.

L'enseignant demande aux élèves de placer le nombre 2, puis le 3 et de continuer ainsi jusqu'à la fin de la bande.

L'enseignant, à l'aide de la bande 1u, fait de même au tableau et marque d'un trait plus épais les

« unités ». Il précise aux élèves : *« 1, 2, 3, 4, 5 correspondent à des nombres entiers, les autres graduations vont correspondre à des nombres non entiers qui peuvent s'écrire sous la forme de fractions. »*

Remarque : On note 2 et non 2 u. Nous ne gardons le « u » que lorsqu'on exprime la longueur d'une bande papier.

Pourquoi ce choix ? D'un point de vue mathématique, cela correspond d'une part à la désignation de nombres décimaux et d'autre part à la désignation de mesures de longueur dont il faut préciser l'unité. Par ailleurs, dans le chemin vers l'abstraction, on utilise le « u » dans les phases de manipulation de bandes graduées ou lorsqu'on évoque ces phases. Avec le passage à la droite graduée, l'unité devient implicite, et on amène les élèves à donner un statut de nombre à ces mesures. Cela permet aux élèves d'accéder progressivement à l'abstraction.

Phase D : Relation entre centièmes et dixièmes

- **Consigne**

L'enseignant présente la consigne pour la suite de l'activité de recherche : *« Sur votre droite graduée en centièmes et sans utiliser votre bande unité, vous allez indiquer* $\frac{1}{10}$ *».* Il note au tableau $\frac{1}{10}$.

Remarque sur le déroulement

Laisser un temps de recherche par binôme.

Il est probable que certains élèves ne sachent pas comment démarrer. Alors, au bout de quelques minutes, l'enseignant réclame l'attention du groupe-classe et demande : « *combien y a -t-il de dixièmes dans une unité ? »* Il note alors au tableau $\frac{10}{10}$ = 1.

Si des élèves sont encore en difficulté, les inciter à s'aider de ce qui est affiché au tableau :
« Regarde au tableau. On vient de voir que 1 = $\frac{100}{100}$*, cela veut dire que dans une unité il y a 100 centièmes. Donc comment peux-tu partager ces 100 centièmes en 10 ? ».*

- **Mise en commun**

L'enseignant invite ensuite un élève de venir placer $\frac{1}{10}$ sur la bande graduée du tableau en expliquant sa procédure. Il demande : « Combien il y a-t-il de centièmes dans un $\frac{1}{10}$? ».

« Il y a 10 centièmes dans un dixième.» Il note sur l'affiche : $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$

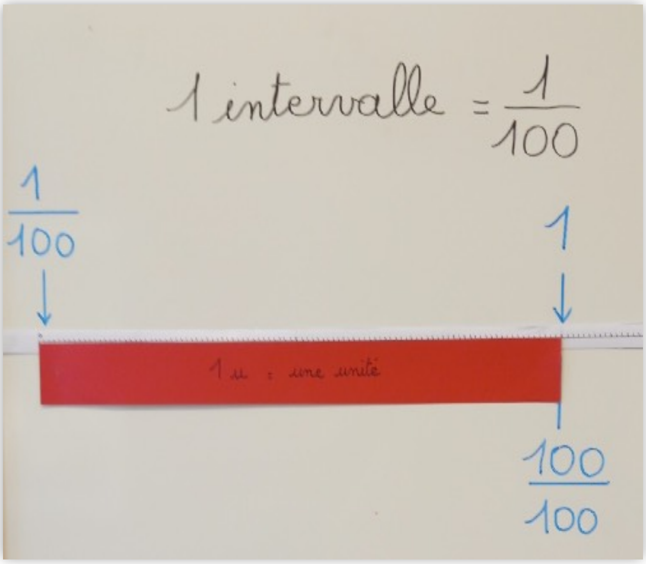
- **Construction de la bande $\frac{1}{10}$**

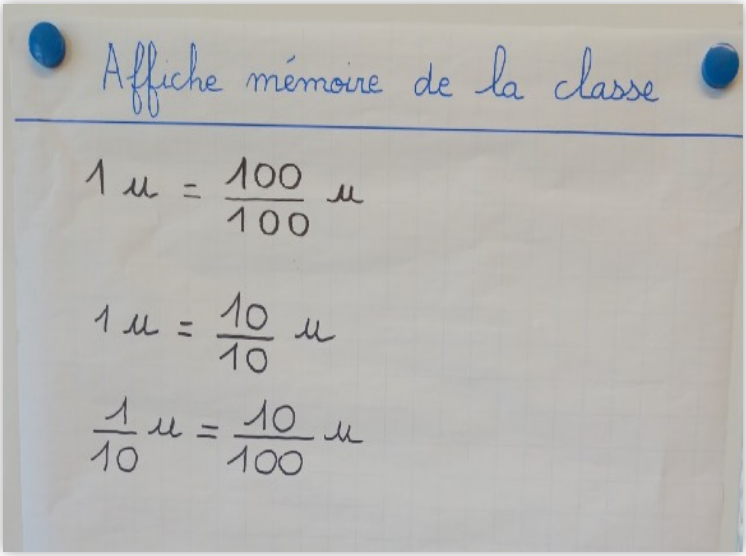
L'enseignant demande aux binômes de construire leur bande de $\frac{1}{10}$ et d'inscrire $\frac{1}{10}$.

Les élèves viennent disposer 10 bandes de $\frac{1}{10}$ les unes à la suite des autres. On met en évidence les équivalences entre la bande graduée (100 centièmes), la bande constituée de 10 dixièmes et la bande unité.

Profiter de cet affichage pour conclure la séance en rappelant et en notant les équivalences.
« Dans une unité, il y a 100 centièmes et 10 dixièmes et dans 1 dixième, il y a 10 centièmes. »

Ecrire les équivalences qui correspondent : $1 = \frac{100}{100} = \frac{10}{10}$ $\quad \frac{1}{10} = \frac{10}{100}$





Séance 2 : décomposition canonique d'une fraction décimale (1h) : découverte

Objectif

- Apprendre à décomposer une fraction décimale, de façon canonique, afin de l'encadrer entre deux nombres entiers et de la situer facilement sur une ligne graduée.

Cette séance comporte trois phases :

A. Utilisation collective des équivalences : $1 = \frac{100}{100} = \frac{10}{10}$ pour placer des nombres entiers sur la droite graduée

B. Décomposition canonique des fractions décimales

C. Entraînement

Les phases A et B de cette séance s'appuient sur une alternance de recherche en binôme et de validation en collectif. Les temps d'institutionnalisation sont concrétisés par la rédaction de traces écrites collectives au fil de l'avancée dans la séance.

La phase C est un temps de travail individuel sur ardoise avec une validation collective au fur et à mesure des cas abordés.

Matériel à prévoir

Pour les élèves :

- La droite graduée construite en séance 1
- Les bandes 1u et $\frac{1}{10}$ u de couleur
- L'ardoise

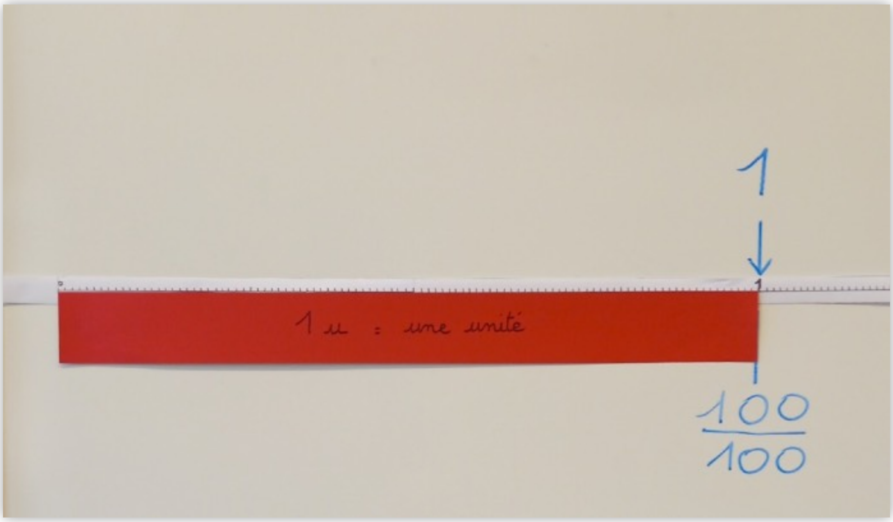
Pour l'enseignant

- La droite graduée au tableau
- Les bandes 1u et $\frac{1}{10}$ u de couleur
- Une bande 1u graduée en dixièmes
- L'affiche « mémoire » de la classe

Phase A : **Utilisation des équivalences établies lors de la séance 1**

<u>1. Utilisation de l'égalité 1 = $\frac{100}{100}$</u>

En reprenant la bande de couleur 1u, l'enseignant demande aux élèves de rappeler l'égalité trouvée 1= $\frac{100}{100}$ lors de la séance précédente. Il place, pour mémoire, la bande 1u sous la ligne graduée blanche et écrit l'équivalence.



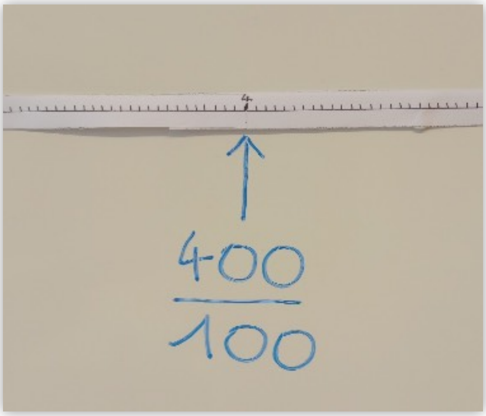
L'enseignant demande aux élèves « *où va-t-on placer* $\frac{300}{100}$ *?* »

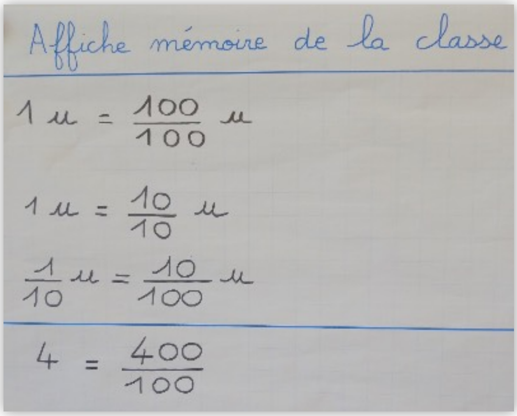
Les élèves, en comptant de 100 en 100, placent cette fraction sur la graduation 3. En reprenant les propositions des élèves, l'enseignant précise et écrit « $\frac{300}{100} = \frac{100}{100} + \frac{100}{100} + \frac{100}{100}$ *et comme* $\frac{100}{100} = 1$ *alors* $\frac{300}{100} = 3$. »

L'enseignant demande maintenant « *Écrivez sur votre ardoise à combien de centièmes correspond 4 ?* »

Il explicite la démarche qui est à l'inverse de celle utilisée ci-dessus. « *Avec la bande unité qu'on positionne au tableau, on voit que dans une unité il a y 100 centièmes, dans 2 unités il y a 200 centièmes, dans 3 unités il y a 300 centièmes et dans 4 unités il y a 400 centièmes. Donc 4 se trouve à 400 centièmes de 0.* »

L'enseignant écrit $\frac{400}{100}$ sous la droite graduée à la graduation 4. Il écrit également l'égalité 4 = $\frac{400}{100}$ sur l'affiche « mémoire » de la classe.





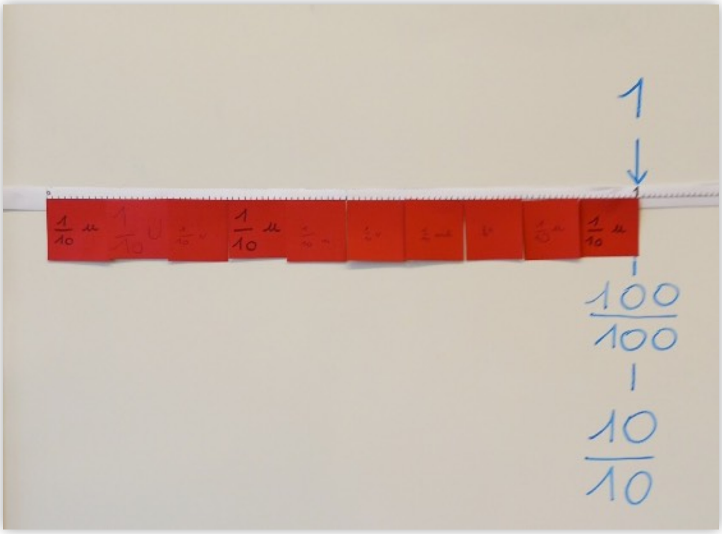
En fonction de l'avancée du groupe classe, l'enseignant peut, ou non, proposer le même questionnement avec 7 et 9.

À ce moment, nous choisissons délibérément des nombres qui vont au-delà de la ligne graduée dont disposent les élèves afin de les obliger à utiliser l'équivalence 1 = $\frac{100}{100}$.

<u>2. Utilisation de l'égalité 1 = $\frac{10}{10}$</u>

En reprenant plusieurs bandes de couleur $\frac{1}{10}$ u, l'enseignant demande aux élèves *« combien doit-on prendre de bande $\frac{1}{10}$ u pour faire 1 unité ? »*

En suivant les propositions des élèves, il place, pour mémoire, 10 bandes $\frac{1}{10}$ u sous la bande unité disposée précédemment et écrit sous la fraction $\frac{100}{100}$ la fraction $\frac{10}{10}$. Il montre également l'égalité 1 = $\frac{10}{10}$ sur l'affiche « mémoire de la classe ».



3. Passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale

Puis l'enseignant demande aux élèves *« où va-t-on placer* $\frac{50}{10}$ *? »*

- Certains élèves comptent les petites graduations, donc les centièmes. : ils confondent dixièmes et centièmes : leur faire remarquer qu'on demande 50 dixièmes et non 50 centièmes puis les inciter à prendre la bande $\frac{1}{10}$ pour réaliser que l'on cherche 50 fois cette bande. Ils tentent alors de la reporter 50 fois. Cette démarche est longue et peu fiable.

- D'autres élèves, en utilisant l'égalité $1 = \frac{10}{10}$ comptent de 10 en 10 et placent cette fraction sur la graduation 5.

L'enseignant précise que « $\frac{50}{10} = \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10} + \frac{10}{10}$ *et, comme* $\frac{10}{10} = 1$*, alors* $\frac{50}{10} = 5$ ». Lors de cette mise en commun, il insiste sur le fait « *qu'il est plus rapide d'utiliser directement les égalités sans passer par le comptage des graduations ».* Il écrit $\frac{50}{10}$ sous la droite graduée à la graduation 5.

Si des élèves utilisent $\frac{50}{10} = \frac{500}{100}$, il peut leur dire que c'est juste sans traiter le cas avec toute la classe.

Afin de s'assurer que les élèves font bien le lien entre l'écriture fractionnaire en dixièmes et l'écriture décimale, l'enseignant demande également *« où placer* $\frac{30}{10}$ *sur la droite graduée ? »* Si besoin, il réitère avec $\frac{20}{10}$.

À chaque fois l'enseignant insiste sur la démarche en reprenant les égalités comme lors des phases précédentes.

En fonction de l'avancée du groupe classe, il peut proposer le même questionnement avec $\frac{60}{10}$, $\frac{80}{10}$ pour, à nouveau, que les élèves réfléchissent sur des nombres qui vont au-delà de la ligne graduée et, ainsi, les obliger à utiliser l'équivalence $1 = \frac{10}{10}$.

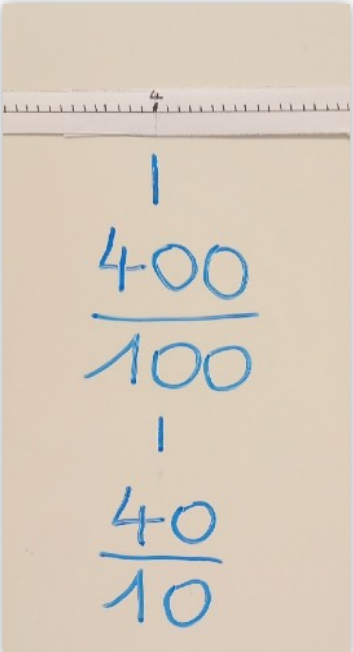
<u>4. Passage de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire</u>

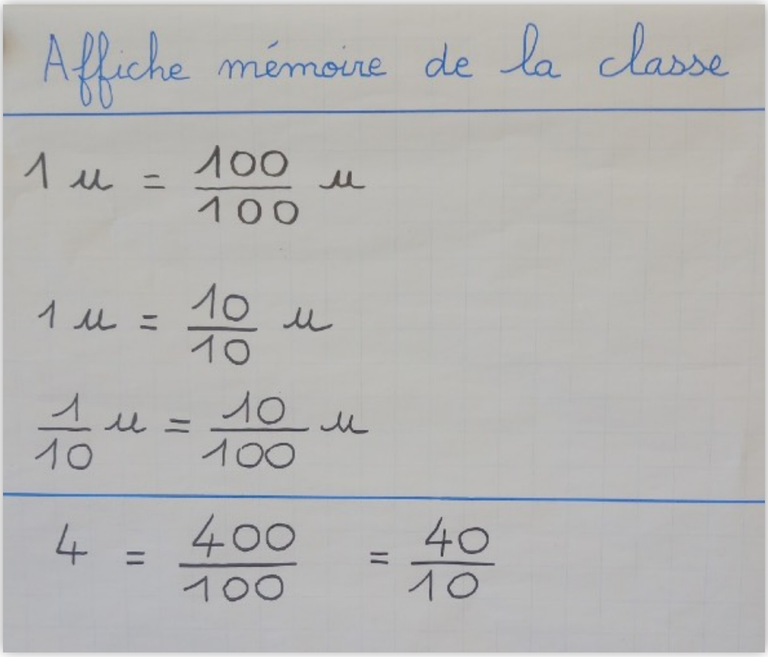
L'enseignant demande maintenant « *Écrivez sur votre ardoise à combien de dixièmes correspond 4 ?* »

Il peut utiliser une bande unité partagée en dixièmes si nécessaire. Il explicite à nouveau la démarche : *« Dans une unité, il y a 10 dixièmes, dans 2 unités il y a 20 dixièmes, dans 3 unités il y a 30 dixièmes, et dans 4 unités il y 40 dixièmes. Donc 4 se trouve à 40 dixièmes de 0. »*

L'enseignant écrit $\frac{40}{10}$ sous la droite graduée à la graduation 4. Il écrit également l'égalité  $4 = \frac{40}{10}$ sur l'affiche « mémoire de la classe ».

En fonction de l'avancée du groupe classe, l'enseignant peut proposer le même questionnement avec 11 et 13.

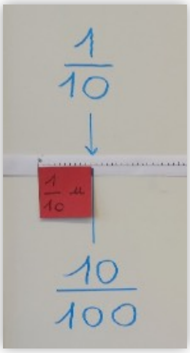




Phase B : Décomposition canonique des fractions décimales

Lors de cette phase, il est important que les élèves se libèrent petit à petit du matériel. C'est pourquoi, à partir de cette étape, il sera utilisé essentiellement comme un matériel de validation.

1. <u>Première recherche en binômes</u>



L’enseignant demande « *Placez sur votre droite graduée les nombres :* $\frac{28}{100}$, $\frac{32}{100}$»

Pour les plus rapides, on peut proposer d’autres valeurs numériques : $\frac{78}{100}$, $\frac{99}{100}$, $\frac{34}{100}$.

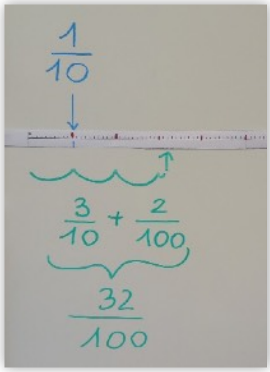
L’enseignant passe de binômes en binômes. Il aide les groupes en difficultés et les incite à recourir à la droite graduée et aux équivalences. Il valide les réponses. Pour les plus rapides, il propose d’autres valeurs.

<u>Mise en commun des différentes stratégies sans hiérarchie pour</u> $\frac{28}{100}$

Certains élèves comptent 28 petites graduations, les centièmes. D’autres utilisent la bande $\frac{1}{10}$ et construisent l’égalité $\frac{28}{100} = \frac{2}{10} + \frac{8}{100}$. D’autres encore peuvent marquer les dixièmes sur leur bande graduée pour aller plus vite.

L’enseignant écrit $\frac{1}{10}$ sur la bande graduée à l'aide de la bande de couleur $\frac{1}{10}$ et demande aux élèves de trouver une autre façon d'écrire $\frac{1}{10}$: $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$. Il écrit cette égalité au tableau et la montre sur l’affiche « mémoire de la classe ».

L’enseignant repasse, en rouge par exemple, les graduations des dixièmes sur la bande au tableau et invite les élèves à faire de-même sur leur bande.



<u>Mise en commun pour</u> $\frac{32}{100}$

L’enseignant explique que $\frac{32}{100} = \frac{30}{100} + \frac{2}{100}$. En utilisant l’égalité $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$, on trouve que $\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$. Alors, l’enseignant met en avant le fait que c’est plus rapide et plus sûr de compter $\frac{3}{10}$ puis $\frac{2}{100}$.

2. Deuxième recherche en binôme

L'enseignant demande aux élèves : « *Placez sur votre ligne graduée le nombre :* $\frac{127}{100}$ ».

Mise en commun

L'enseignant revient sur les différentes stratégies des élèves. Il met en évidence que le comptage n'est pas opérant et que c'est plus facile de trouver où placer le nombre quand on compte 1 puis $\frac{2}{10}$ puis $\frac{7}{100}$. Il précise que 127 centièmes c'est 100 centièmes donc 1 et 20 centièmes donc $\frac{2}{10}$ et $\frac{7}{100}$.

3. Troisième recherche en binôme

L'enseignant demande « *Placez sur votre ligne graduée le nombre :* $\frac{260}{100}$ ».

Mise en commun

L'enseignant revient sur les différentes stratégies des élèves. Il met en évidence que le comptage n'est pas opérant et que c'est plus facile de trouver où placer le nombre quand on compte 2 puis $\frac{6}{10}$ puis $\frac{0}{100}$. Il fait remarquer aux élèves que $\frac{260}{100}$ tombe sur une graduation en dixièmes. Il demande alors « *Quelle fraction est égale à* $\frac{260}{100}$ *en dixièmes ?* ».

Ainsi, l'égalité $\frac{260}{100} = \frac{26}{10}$ est mise en évidence par les élèves.

4. Institutionnalisation

L'enseignant explique : « *On a placé des fractions, donc des nombres, exprimés en centièmes sur la droite graduée en centièmes. Sur cette droite graduée, on peut aussi retrouver les unités, les dixièmes, les centièmes… Pour placer une fraction rapidement, on peut chercher combien il y a d'unités, de dixièmes et de centièmes dedans. On dit alors qu'on décompose la fraction.* »

Il écrit sur l'affiche « mémoire » les décompositions suivantes :

$$\frac{127}{100} = \frac{100}{100} + \frac{20}{100} + \frac{7}{100} = 1 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$$

$$\frac{260}{100} = \frac{200}{100} + \frac{60}{100} + \frac{0}{100} = 2 + \frac{6}{10} + \frac{0}{100}$$

$$2 + \frac{6}{10} = \frac{20}{10} + \frac{6}{10} = \frac{26}{10}$$

$$\frac{260}{100} = \frac{26}{10}$$

Phase C : Entrainement

<u>Exercice individuel sur ardoise et correction au fur et à mesure</u>

« Décomposez les nombres suivants : $\frac{263}{100}, \frac{342}{100}, \frac{17}{10}, \frac{49}{10}, \frac{450}{100}, \frac{105}{100}$ *»*

Remarque sur le choix des nombres et la progressivité :

Les deux premières décompositions sont proches de l'exemple de $\frac{127}{100}$ et ne présentent pas de difficultés particulières.

Les deux suivantes font travailler les élèves sur des dixièmes alors qu'ils ont été peu abordés lors la phase de recherche précédente.

La décomposition de $\frac{450}{100}$, à l'image de $\frac{260}{100}$, permet aux élèves de réfléchir sur une fraction en centièmes qui peut s'écrire également avec une fraction en dixièmes.

La dernière décomposition de $\frac{105}{100}$, pourrait-être plus résistante à cause du $\frac{0}{10}$.

Séance 3 : Décomposition canonique et recomposition de fractions décimales dans le contexte de la droite graduée : entrainement et trace écrite

Objectif

- S'entrainer à décomposer une fraction décimale, de façon canonique, afin de l'encadrer entre deux nombres entiers et de la situer facilement sur une droite graduée.

Cette séance comporte trois phases :

A. Phase de rappel

B. Phase d'entrainement collectif

C. Élaboration de la trace écrite

C'est est une séance charnière, il est donc important de s'assurer de l'attention et de l'engagement de tous les élèves.

Matériel à prévoir -> Annexe 2 : séance 3

On se détache progressivement de la droite graduée. Le matériel utilisé lors des séances précédentes sert à valider les propositions des élèves.

Phase A : Phase de rappel

« Lors de la séance précédente, nous avons appris à décomposer des fractions en unités et sommes de fractions. Par exemple :

$$\frac{127}{100} = \frac{100}{100} + \frac{20}{100} + \frac{7}{100}$$

$$= 1 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}.$$

Cette décomposition aide à placer le nombre sur la droite graduée. Aujourd'hui, nous allons continuer à nous entrainer à décomposer des fractions car nous aurons besoin de bien savoir faire cela pour la suite du travail sur les fractions ».

Phase B : Entrainement collectif et construction d'un répertoire d'exemples (voir annexe 2 : séance 3)

Cette phase se déroule en deux temps :

- Décomposition de fractions
- Recomposition de fractions

<u>Temps 1 : décomposition de fractions</u>

Mise en œuvre pour chaque cas

1. Le professeur écrit la fraction à décomposer au tableau.
2. Les élèves écrivent leur proposition sur leur ardoise.
3. L'enseignant valide les réponses mathématiquement correctes.
4. Il insiste auprès des élèves pour qu'ils favorisent l'écriture présentant les numérateurs sous la forme d'un nombre inférieur ou égal à 9 (par exemple : $1 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$).
5. L'enseignant fait le lien entre la décomposition et l'encadrement des fractions entre 2 entiers.
6. Les élèves recopient sur leur fiche la décomposition canonique.

La ligne graduée est à disposition des élèves en version papier ou numérique. Cela permet aux élèves de s'approprier les procédures, de corriger leurs erreurs et de placer collectivement chacune des fractions sur la droite graduée afin de valider les réponses. Les élèves peuvent ainsi s'approprier les particularités des différents cas et mesurer l'importance de la décomposition pour placer une fraction décimale sur une droite graduée.

<u>Cas abordés</u>

Pour la première fraction, laisser les élèves décomposer comme ils le souhaitent pour mettre en évidence que plusieurs décompositions sont possibles.

Pour chaque cas, nous indiquons la ou les réponses attendues (celles qui sont correctes et correspondent à la consigne), les erreurs possibles, et les réponses justes possibles qui ne respectent pas la consigne. Pour chaque fraction, le nombre est placé sur la droite graduée.

$\frac{234}{100}$
Réponse attendue : $2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$
« *Plusieurs décompositions sont justes mais si je veux placer rapidement le nombre sur la droite graduée, j'ai intérêt d'utiliser celle-ci :* $2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100}$*. Voilà pourquoi aujourd'hui, je vous demande de décomposer les fractions de cette manière* ». Contrainte proposée ensuite : « *À partir de maintenant, je vous vous demande d'utiliser toujours des décompositions réalisées avec un nombre de 10ème, 100ème plus petit que 9».*

Autres réponses justes possibles : Décompositions diverses non canoniques	**Réponses erronées**

$\frac{15}{10}$	
Réponse attendue : $\frac{10}{10} + \frac{5}{10} = 1 + \frac{5}{10}$ *ou* $1 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}$	
Cette décomposition doit amener les élèves à éviter de faire la décomposition de façon mécanique et en particulier à percevoir qu'il n'y a pas de centièmes.	
Autre réponse juste possible $\frac{150}{100}$	**Réponse erronée** $\frac{1}{10} + \frac{5}{100}$

$\frac{45}{100}$	
Réponse attendue : $\frac{40}{100} + \frac{5}{100} = \frac{4}{10} + \frac{5}{100}$	
Ici, l'erreur possible est la suivante : $\frac{45}{100} = 4 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}$. Amener les élèves à invalider cette proposition : *« Pourquoi certains ne sont pas d'accord avec cette proposition ? Comment justifier que ce n'est pas possible ? »* Pour les aider à justifier, on peut les inciter à : • s'appuyer sur les précédents résultats : $\frac{45}{100}$ est plus petit que $\frac{127}{100}$ et $\frac{45}{100}$ est également plus petit que $\frac{100}{100}$. • s''appuyer sur la droite graduée pour invalider $4 + \frac{5}{10}$. On fera alors placer les deux propositions sur la droite graduée.	
Autre réponse juste possible $\frac{40}{100} + \frac{5}{100}$	**Réponse erronée** $\frac{45}{100} = 4 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100}$

Temps 2 : recomposition de fractions

Pour le premier cas, l'enseignant demande de placer la fraction sur la droite graduée puis demande d'écrire le nombre sous la forme d'une seule fraction.

Demander aux élèves d'écrire la fraction correspondant à une décomposition donnée.

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">$3 + \frac{6}{10} + \frac{9}{100}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Réponse attendue : $\frac{369}{100}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Cette décomposition est assez simple et permet aux élèves de s'approprier l'exercice et ce qui est attendu d'eux.

Rappeler que l'on attend une seule fraction.</td></tr>
<tr><td>Autre réponse juste possible :
$\frac{36}{10} + \frac{9}{100}$</td><td>Réponse erronée</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2" align="center">$4 + \frac{8}{100}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Réponse attendue : $\frac{408}{100}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ici, le 0 peut poser problème à certains élèves. Il est donc possible que certains élèves proposent $\frac{48}{100}$. Amener le groupe classe à discuter cette proposition : « Pourquoi ça ne peut pas être cela ? »

Là encore, on peut s'appuyer sur les autres nombres décomposés lors de la séance (notamment le $\frac{45}{100}$) et sur la droite graduée pour invalider cette proposition.

$\frac{48}{100}$ est proche de $\frac{45}{100}$ et inférieur à 1 alors que $4 + \frac{8}{100}$ est proche de 4 et supérieur à 4.</td></tr>
<tr><td>Autre réponse juste possible :
$\frac{40}{10} + \frac{8}{100}$</td><td>Réponse erronée :
$\frac{48}{100}$</td></tr>
</table>

$23 + \frac{4}{10}$	
Réponse attendue : $\frac{234}{10}$	
Le fait d'avoir un nombre d'unités supérieur à 10 peut gêner les élèves. On pourra s'appuyer sur les équivalences connues (1 = $\frac{10}{10}$ donc 10 = $\frac{100}{10}$) pour transformer 23 en $\frac{230}{10}$. La proposition $\frac{234}{100}$ est invalidée en la plaçant sur la droite graduée car elle est positionnée entre 2 et 3.	
Autre réponse juste possible : $\frac{2340}{100}$	**Réponse erronée** $\frac{234}{100}$

Phase C : Trace écrite

<u>Trace écrite à faire écrire aux élèves ou à coller sur la fiche annexe 2 : séance 3.</u>

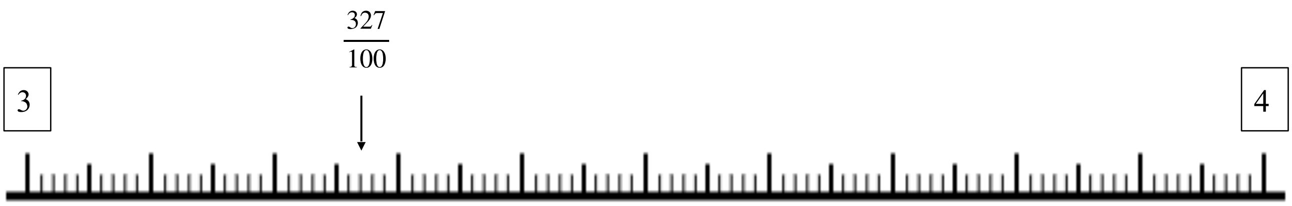
Une fraction décimale est une fraction qui a pour dénominateur 10, 100, 1000…

Par exemple, $\frac{5}{10}, \frac{8}{100}, \frac{12}{1000}$ **sont des fractions décimales.**

Les fractions décimales peuvent se décomposer en une somme d'unités, dixièmes, centièmes, millièmes :

Ex : $\frac{327}{100} = \frac{300}{100} + \frac{20}{100} + \frac{7}{100} = 3 + \frac{2}{10} + \frac{7}{100}$

Cette décomposition permet de placer plus facilement une fraction décimale sur la droite graduée. Elle permet de l'encadrer par deux entiers consécutifs.



L'enseignant précise : *« Cette année, on se limitera aux dixièmes et centièmes, l'an prochain en CM2, on étendra aux millièmes. »*

Séance 4 : Décomposition canonique et recomposition de fractions décimales : entrainement individuel

Objectif

- S'entrainer individuellement à décomposer une fraction décimale, de façon canonique, afin de l'encadrer entre deux nombres entiers et de la situer facilement sur une droite graduée.

Cette séance comporte deux phases :

A. Phase de rappel et d'entrainement collectif

B. Exercices d'entrainement individuel

Cette séance permet à chaque élève de s'exercer individuellement. Une progressivité dans les valeurs numériques proposées permet à l'enseignant de repérer et d'aider les élèves qui sont encore en difficulté.

Matériel à prévoir

- Annexe 3 : séance 4
- Les affichages et la trace écrite de la séance 3.

Phase A : Phase de rappel et petit entrainement collectif

L'enseignant fait rappeler le travail réalisé en séance 3. Un retour à la trace écrite est réalisé. Si besoin, un ou deux exemples sont traités collectivement.

Phase B : Exercices d'entrainement individuel (Fiche annexe 3 : séance 4)

Valeurs proposées :

$\frac{243}{100}$	$\frac{315}{100}$	$\frac{86}{10}$	$\frac{902}{100}$	$\frac{125}{100}$	$\frac{71}{100}$
$7+\frac{9}{10}+\frac{4}{100}$	$3+\frac{2}{10}$	$5+\frac{7}{100}$	$\frac{1}{10}+\frac{96}{100}$	$12+\frac{8}{100}$	

Séance 5 : Introduction de l'écriture décimale (à virgule)

Objectif

- S'approprier la convention d'écriture des nombres décimaux en exprimant des fractions décimales avec une écriture à virgule et réciproquement.

Cette séance comporte trois phases :

A. Présentation et explicitation de la convention d'écriture des nombres décimaux

B. Exprimer des fractions décimales à l'aide d'une écriture à virgule

C. Exprimer des écritures à virgule sous la forme de fractions décimales

Cette séance met en jeu les principes de la convention d'écriture des nombres décimaux afin de définir ce qu'est un nombre décimal. Avant de commencer cette séance, il est conseillé de se référer à l'introduction de la séquence qui propose un apport didactique essentiel pour les enseignants. Des points de vigilance sont également abordés comme le fait de ne pas utiliser les termes virgule, partie entière et décimale...

Par ailleurs, en fonction du niveau des élèves, il peut être proposé, en amont, quelques séances de calcul mental pour réactiver les notions liées à la numération décimale de position.

Matériel à prévoir

Les affichages et la trace écrite de la séance 3.

Une affiche vierge « mémoire de la classe », ardoises

Phase A : Présentation et explicitation de la convention d'écriture des nombres décimaux (collectif)

- *« Écrivez, sur votre ardoise, au moins de deux façons différentes la fraction quatre-cent-vingt-huit centièmes »* (Attention, le professeur ne l'écrit pas au tableau).

Les élèves notent leurs propositions, le professeur les relève et les note au tableau puis les fait valider par la classe :

Réponses attendues :	$4+\dfrac{28}{100}$	$4+\dfrac{2}{10}+\dfrac{8}{100}$	$\dfrac{428}{100}$

« Je vous propose une nouvelle écriture du nombre « quatre-cent-vingt-huit-centièmes », s'écrit aussi « 4,28 ». Cette nouvelle écriture est une convention ; ça veut dire que les humains se sont mis d'accord pour écrire les fractions décimales comme ça. C'est Stevin qui a proposé une nouvelle écriture de ces nombres pour faciliter les opérations. »

« Dans cette nouvelle écriture, le chiffre juste avant la virgule correspond aux unités, le premier chiffre après la virgule correspond aux dixièmes, le deuxième chiffre après la virgule correspond aux centièmes. C'est un peu comme pour les nombres entiers, la valeur de chaque chiffre dépend de sa place / de son rang dans le nombre : 10 unités d'un certain rang valent toujours 1 unité du

rang supérieur. La virgule sert de repère : à sa gauche / juste avant la virgule on a le chiffre des unités. À partir de là, on sait que juste après la virgule c'est 10 fois moins que l'unité, c'est le rang des dixièmes, puis juste après le rang des dixièmes c'est le rang des centièmes. C'est exactement ce que dit cette écriture : avant la virgule c'est le chiffre des unités qui est ici (4 unités), juste après le 2 est le chiffre des dixièmes, et le 8 celui des centièmes. Les nombres qui peuvent s'écrire sous cette forme s'appellent les nombres décimaux. Par exemple $\frac{200}{100}$ *et* $\frac{124}{100}$ *sont des nombres décimaux.»*

L'enseignant écrit sur l'affiche « mémoire de la classe » les différentes écritures du nombre sous la forme d'une fleur du nombre, d'une carte mentale, d'un tableau …

Exemple en annexe 4 : séance 5

« Dans la classe, nous lirons ce nombre décimal « 4 unités 2 dixièmes et 8 centièmes ». Dans la vie de tous les jours, on dit souvent 4 virgule 28 mais nous, comme nous apprenons à comprendre cette écriture, il faudra faire l'effort de ne pas utiliser le mot « virgule ». »

Phase B : Écrire des fractions décimales sous la forme de nombres décimaux. Exercices d'appropriation, en collectif

Cette phase permet de construire un corpus commun sur l'affiche « mémoire de la classe » et de compléter la trace écrite individuelle (exemple en annexe 4 : séance 5).

Le professeur demande aux élèves d'écrire la décomposition des fractions décimales dictées et les nombres décimaux équivalents, les uns après les autres, sur les ardoises. Il propose une correction collective, indique la décomposition canonique et renvoie à l'exemple donné sur l'affiche.

L'enseignant demande aux élèves de dire les nombres. Il sera attentif au discours pour oraliser le nombre décimal obtenu afin de porter une vigilance à la valeur de chaque chiffre dans ce nombre (attention, ne pas utiliser le mot virgule).

$\frac{548}{100}$
Réponse attendue : $\frac{548}{100} = \frac{500}{100} + \frac{40}{100} + \frac{8}{100} = 5 + \frac{4}{10} + \frac{8}{100} = 5{,}48$
Remarque sur les valeurs numériques : Cet exemple permet à l'élève de s'approprier la nouvelle écriture en passant par une décomposition canonique.
Discours de l'enseignant : *« 5 unités, 4 dixièmes et 8 centièmes » ou « 5 unités et 48 centièmes »*

$\dfrac{741}{100}$
Réponse attendue : $\dfrac{741}{100} = \dfrac{700}{100} + \dfrac{40}{100} + \dfrac{1}{100} = 7 + \dfrac{4}{10} + \dfrac{1}{100} = 7{,}41$
Remarque sur les valeurs numériques : Cas similaire à $\dfrac{548}{100}$ pour s'assurer de la bonne compréhension des élèves.
Discours de l'enseignant : *« 7 unités, 4 dixièmes et 1 centièmes » ou « 7 unités et 41 centièmes »*

$\dfrac{200}{100}$ **Ce cas permet de compléter la trace écrite.**
Réponse attendue : $\dfrac{200}{100} = 2{,}00 = 2$
Remarque sur les valeurs numériques : Ce cas permet aux élèves de comprendre que les entiers sont également des nombres décimaux.
Discours de l'enseignant : « 2 unités, 0 dixième et 0 centième » ou « 2 unités »

$\dfrac{150}{100}$
Réponse attendue : $\dfrac{150}{100} = \dfrac{100}{100} + \dfrac{50}{100} + \dfrac{0}{100} = 1 + \dfrac{5}{10} + \dfrac{0}{100} = 1{,}50 = 1{,}5$
Remarque sur les valeurs numériques : Cet exemple particulier pourra alimenter l'affiche (statut du 0: on peut étendre un nombre décimal à l'infini avec des 0. Attention le 0 n'est pas inutile dans un contexte d'opérations sur les décimaux par exemple).
Discours de l'enseignant : *« 1 unité, 5 dixièmes et 0 centième » , « 1 unité, 5 dixièmes» ou « 1 unité et 50 centièmes »*

$\dfrac{302}{100}$
Réponse attendue : $\dfrac{302}{100} = \dfrac{300}{100} + \dfrac{2}{100} = 3 + \dfrac{2}{100} = 3{,}02$
Remarque sur les valeurs numériques : Dans cet exemple le 0 ne peut être enlevé car il signifie que ce nombre est 3 unités, 0 dixième et 2 centièmes. Ce n’est pas 3 unités et 2 dixièmes. L’enseignant complète l’affiche avec cet exemple particulier mettant en évidence la valeur des chiffres selon leur rang. *« Le zéro est un gardien de place inoccupée »* C. Chambris (2017)
Discours de l’enseignant : *« 3 unités, 0 dixième et 2 centièmes » ou « 3 unités et 2 centièmes »*

Phase C : Écrire des nombres décimaux sous la forme de fractions décimales. Exercices d’appropriation, en collectif

De la même manière l’enseignant écrit au tableau les nombres et relève puis valide les propositions des élèves. Il réalise progressivement un affichage collectif, par exemple sous forme de tableau.

6,79	$6 + \dfrac{7}{10} + \dfrac{9}{100}$	$\dfrac{679}{100}$	$6 + \dfrac{79}{100}$
4,01	$4 + \dfrac{0}{10} + \dfrac{1}{100}$	$\dfrac{401}{100}$	$4 + \dfrac{1}{100}$
5	$5 + \dfrac{0}{10} + \dfrac{0}{100}$	$\dfrac{500}{100}$	$5 + \dfrac{0}{100}$
0,32	$0 + \dfrac{3}{10} + \dfrac{2}{100}$	$\dfrac{32}{100}$	$0 + \dfrac{32}{100}$
15,93	$15 + \dfrac{9}{10} + \dfrac{3}{100}$	$\dfrac{1593}{100}$	$15 + \dfrac{93}{100}$

Séances 6, 7 et 8 : Entraînement à l'écriture de nombres décimaux

Objectif

- S'approprier la convention d'écriture des nombres décimaux en écrivant une fraction décimale sous la forme d'un nombre décimal et vice-versa.

Remarque

Pour s'assurer d'une bonne appropriation des notions découvertes, trois séances d'entraînement progressif sont proposées. La séance 8 pourrait être envisagée comme une différenciation possible pour les élèves les plus performants.

Attention, cet entraînement ne permet pas de travailler l'ensemble des compétences à acquérir sur les nombres décimaux en CM1 (cf programmes).

Chaque séance est organisée en trois phases :

A. Dictée de nombres

B. Lecture de nombres

C. Exercices d'écriture de nombres décimaux

Séance 6

Phases A et B : Entrainement collectif sur ardoise.

A. Dictée de nombres : Ecris sur ton ardoise les nombres décimaux dictés en écriture à virgule

3 unités, 8 dixièmes, 9 centièmes (3,89)

5 unités, 0 dixièmes, 6 centièmes (5,06)

4 unités, 2 dixièmes (4,2)

0 unités, 8 dixièmes, 2 centièmes (0,82)

16 unités, 5 dixièmes (16,5)

24 unités, 0 dixièmes, 8 centièmes (24,08)

B. Lecture de nombres : Lis ces nombres sans utiliser le mot « virgule ».

3,81 – 9,07 – 6,7 – 0,64 – 15,3 – 81,01

Phase C : Entrainement individuel sur fiche (annexe 5 : séance 6 - phase C)

Séance 7

Phases A et B : Entrainement collectif sur ardoise.

A. Dictée de nombres : Ecris sur ton ardoise les nombres décimaux dictés en écriture à virgule

8 unités, 17 centièmes (8,17)

9 unités, 5 centièmes (9,05)

625 centièmes (6,25)

52 dixièmes (5,2)

416 dixièmes (41,6)

2345 centièmes (23,45)

B. Lecture de nombres : Lis ces nombres sans utiliser le mot « virgule ».

2,41 – 7,09 – 2,1 – 0,7 – 35,9 – 0,08

Phase C : Entrainement individuel sur fiche (annexe 6 : séance 7 - phase C)

Prénom : ………………………

Mathématiques	S7 : Entrainement à l'écriture des nombres décimaux

Complète le tableau :

Ecriture décimale	Décomposition de fractions décimales	Fractions décimales
4,78	$4 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} = \frac{400}{100} + \frac{70}{100} + \frac{8}{100}$	$\frac{478}{100}$
6,31		
25,93		
5,06		
	$2 + \frac{9}{10} + \frac{1}{100}$	
	$0 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100}$	
		$\frac{73}{10}$
		$\frac{45}{100}$

Séance 8

Cette séance peut être proposée aux élèves les plus performants.

Phases A et B : Entrainement collectif sur ardoise.

A. Dictée de nombres : Ecris sur ton ardoise les nombres décimaux dictés en écriture à virgule

108 dixièmes (10,8)

3207 centièmes (32,07)

32 centièmes (0,32)

50 dixièmes (5 ou 5,0)

2008 centièmes (20,08)

1 centièmes (0,01)

B. Lecture de nombres : Lis ces nombres sans utiliser le mot « virgule ».

20,3 – 33,05 – 600,08 – 0,20 – 0,03

Phase C : Entrainement individuel sur fiche (annexe 7 : séance 8 - phase C)

Prénom : ……………………………

Mathématiques	S8 : Ecriture des nombres décimaux

1. Ecris les décompositions de fractions décimales en nombres décimaux :

$\frac{12}{10} + \frac{8}{100} =$ ……………………………………………………………

$\frac{315}{10} + \frac{2}{100} =$ ……………………………………………………………

$\frac{20}{10} + \frac{2}{100} =$ ……………………………………………………………

2. Complète le tableau :

Ecriture décimale	Décomposition	Fractions décimales
4,78	$4 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} = \frac{400}{100} + \frac{70}{100} + \frac{8}{100}$	$\frac{478}{100}$
	1 dizaine, 4 unités, 8 centièmes	
	3 dizaines, 45 dixièmes, 9 centièmes	
	2 unités, 15 dixièmes	
	1 unité, 3 dixièmes, 15 centièmes	
	5 dizaines, 5 dixièmes	

ANNEXES

Titre	Brochure 2. Séquence sur les fractions décimales : de l'écriture fractionnaire à l'écriture décimale des nombres décimaux
Niveau	CM1
Auteurs	Lucie BRACHET, Conseillère pédagogique départementale en mathématiques 44 Bruno COURTEL, Conseiller pédagogique au numérique éducatif Magali HERSANT, Professeure des Universités, INSPÉ Académie de Nantes Fabienne JANNIÈRE, formatrice DSDEN 44 Florence LUCAS, Professeure des écoles, École M. Curie Saint Sébastien sur Loire et INSPÉ de l'Académie de Nantes
Résumé	La brochure présente une séquence pour l'apprentissage des fractions décimales au CM1, dans le prolongement de la brochure 1. Après avoir introduit les fractions comme des nouveaux nombres et permis aux élèves de s'approprier la signification et le codage - décodage de fractions simples ainsi que leur positionnement sur la droite graduée, il s'agit de réinvestir ces connaissances pour travailler spécifiquement sur les fractions décimales — qui définissent l'ensemble des nombres décimaux — et leur représentation sous la forme d'une écriture à virgule. La séquence débute par deux situations de recherche pour rappeler et construire les équivalences entre l'unité, les dixièmes et les centièmes. La convention d'écriture décimale des nombres décimaux est ensuite présentée avant de faire l'objet d'une appropriation par les élèves.
Date	Août 2024
Format	A4, 46 pages
ISBN	978-2-86300-046-5
EAN	9782863000465

Éditeur : IREM des Pays de la Loire
2, rue de la Houssinière – BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03

Université de Nantes

Responsable de la publication : Magali HERSANT