

# Activité Identité Remarquable

## Niveau

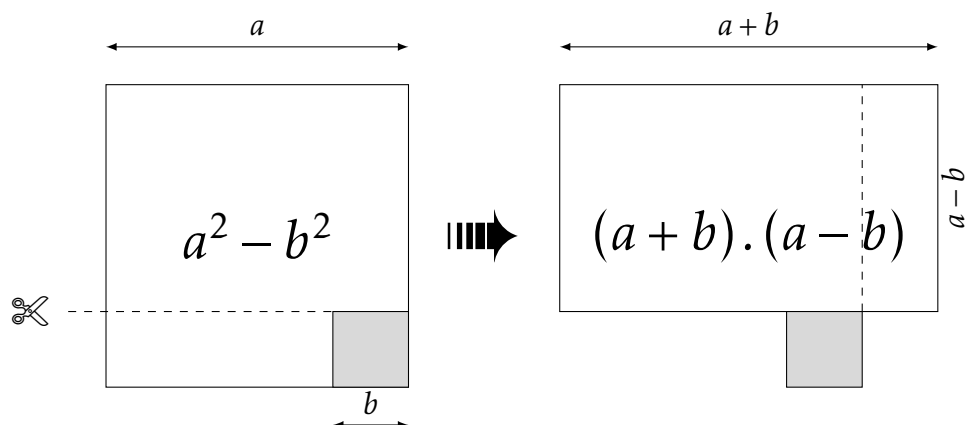
Dernière année de cycle 4.

## Prérequis

Avoir retravaillé la double distributivité.

## Objectif

L'objectif de ces activités est de découvrir l'identité remarquable : Pour tous nombres  $a$  et  $b$ , on a :  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ , ainsi que d'être familiarisé avec la figure qui l'accompagne :



## Déroulement

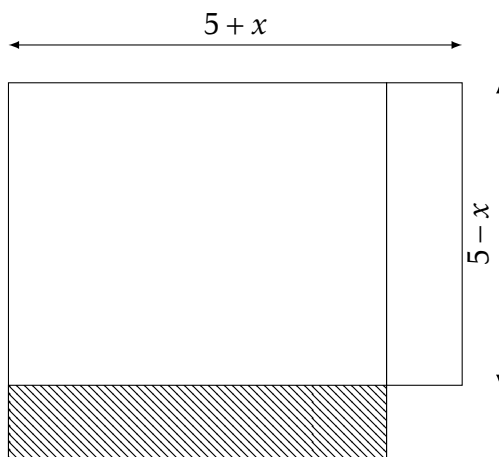
- Travail en équipes homogènes.
- Après 5 min face à leur énoncé, les élèves qui ont la même activité se mettent dans un même groupe.

## Analyse a priori

- Activité 1.  
Les élèves devraient rentrer assez facilement dans l'activité.  
Certains ne penseront peut-être pas à utiliser des décimaux.  
Une discussion devrait avoir lieu à propos du carré. Est-il un rectangle?  
Les élèves devraient conjecturer que si l'on prend un rectangle de dimensions  $d_1$  et  $d_2$  que l'on enlève  $x$  à  $d_1$  et que l'on ajoute  $x$  à  $d_2$ , alors on obtient un rectangle de même périmètre que le précédent. L'enseignant.e leur demandera une preuve, du style :  $2 \times ((d_1 - x) + (d_2 + x)) = 2 \times (d_1 - x + d_2 + x) = 2 \times (d_1 + d_2)$   
Certains élèves pourront travailler à demi-périmètre constant, plutôt qu'à périmètre constant.  
Pour la troisième question, une fois le résultat conjecturé, on pourra les aider les

élèves en leur demandant : "Que vaut l'aire du carré de périmètre 20? Pourquoi tout rectangle de périmètre 20 a-t-il une aire inférieure à 25?"

On espère voir apparaître sur les cahiers l'expression :  $(5-x).(5+x) = 25-x^2 < 25$ , car un carré est toujours positif, ainsi qu'une figure du style :

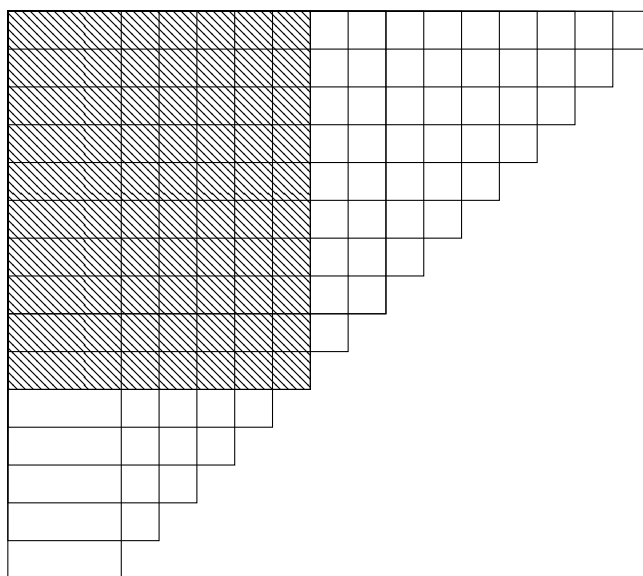


- Activité 2.

La différence avec l'activité précédente est le périmètre donné : On remplace 20 par 31. Ainsi nous travaillons avec un carré dont le côté est un nombre décimal. L'activité peut être un peu plus difficile pour les élèves, mais cette variable didactique pourra nous permettre de passer d'un exemple générique à une généralisation.

- Activité 3.

Soit en travaillant avec les périmètres, soit les demi-périmètres, nous espérons que les élèves verront que si l'on diminue une dimension du rectangle d'autant que l'on augmente l'autre dimension, le périmètre reste constant. L'enseignant les invitera à donner une preuve algébrique du même style que dans l'activité 1. la figure attendue serait :



Pour la deuxième question, une fois le résultat conjecturé, on pourra aider les élèves en leur demandant : "Pourquoi tout rectangle de même périmètre qu'un carré de côté  $c$  a-t-il une aire inférieure à ce carré?"

Cette activité semble être la plus difficile, et nous sommes déjà dans l'écriture de l'identité remarquable :  $(c - x)(c + x) = c^2 - x^2$ , où  $c$  et  $x$  sont des nombres positifs. En cas d'avance rapide des élèves, on pourra les inviter à sortir du cadre géométrique, pour voir ce que devient cette formule pour tous nombres  $c$  et  $x$ .

- Activité 4.

Ici la figure finale est déjà donnée. Une question devrait se poser dans le groupe : Que signifie "Le propriétaire y gagne-t-il ou non?". Doit-on travailler sur le périmètre ou l'aire? Les élèves sont donc invités.es à comparer à la fois l'aire et le périmètre pour apporter des réponses. Nous devrions voir apparaître sur leur cahier :  $2 \times ((c - 1) + (c + 1)) = 2 \times (c - 1 + c + 1) = 2 \times (c + c) = 4.c$ ,  
et  $(c - 1)(c + 1) = c^2 - 1^2 = c^2 - 1$

- Activité 5.

L'énoncé "À périmètre constant, quel est le rectangle qui a la plus grande aire?" devra être reformulé par les élèves. Ils pourront écrire une phrase du type " Parmi les rectangles de même périmètre quel est celui qui a la plus grande aire?"

Les élèves devront se poser la question "Comment trouve-t-on des rectangles de même périmètre? "

C'est la formulation la plus difficile de ce problème pour les élèves. Cette activité sera donc réservée aux plus "forts.es".

Ils auront tout à construire pour se ramener à l'activité 3. Au moment de la correction, ils présenteront leur travail au tableau avant le groupe qui a fait l'activité 3 et leur travail pourra être complété par ce groupe.