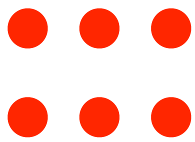
Nombres, calcul, problèmes

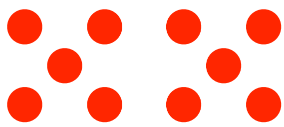
Ce document illustre à l’aide d’exemples pris dans quatre situations emblématiques la façon dont nous proposons de lier travail sur la connaissance des nombres, calcul réfléchi et résolution de problèmes.
Dans le domaine des problèmes numériques, notre proposition s’écarte résolument des nombreuses productions actuelles qui préconisent un appui sur la reconnaissance de catégories de problèmes inspirées de la classification des problèmes additifs de Gérard Vergnaud.

Dans la situation « **reconnaissance rapide** », on apprend à dénombrer les points d'une collection disposée dans certaines configurations sans les compter un à un.

Ici il y a six points.

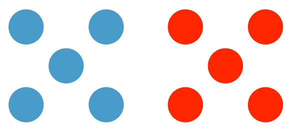


Ici il y en a dix.

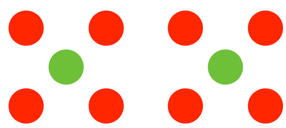


On apprend aussi à mémoriser certains faits numériques en s’appuyant sur ces configurations et à les écrire sous forme de « phrases mathématiques ».

Dix, c’est cinq et encore cinq. 10 = 5 + 5



Dix c’est aussi huit et encore deux. 8 + 2 = 10



Dans la situation « **comparer des tours** » on apprend à comparer des collections obtenues en réunissant des collections plus petites.
Ces comparaisons s’appuient sur les faits numériques mémorisés ou sur des propriétés mathématiques fondamentales comme :

On a deux groupes d’objets. En déplaçant un objet d’un groupe à l’autre, il y a toujours autant d’objets. (ce qui permet par exemple de dire que 9 + 7 c’est autant que 10 + 6 en imaginant un objet déplacé de la collection de 7 vers celle de 9).

On a plus d’objets rouges que d’objets bleus. En ajoutant 3 objets rouges et 3 objets bleus, on aura toujours plus de rouges que de bleus.

Pour les quelques exemples qui suivent, une seule procédure est fournie ici alors que plusieurs sont possibles.

Avec 7 briques bleues et 6 briques bleues, on obtient une tour plus haute qu'avec 6 briques rouges et 5 briques rouges (7 étant plus grand que 5, 7 + 6 est plus grand que 5 + 6).

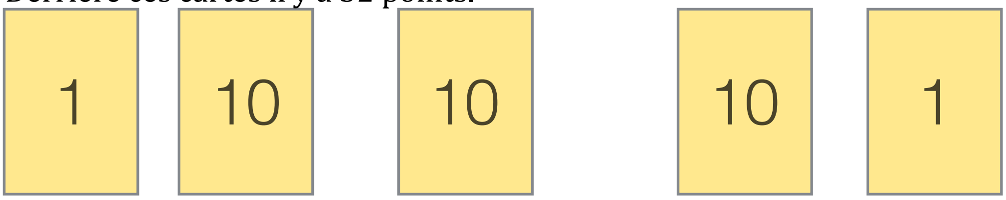
Avec 7 briques bleues et 6 briques bleues, on obtient une tour aussi haute qu'avec 8 briques rouges et 5 briques rouges (en déplaçant une brique bleue du groupe de 6 vers le groupe de 7 on voit que le nombre de briques bleues est égal à 8+5).

Avec 6 briques bleues et 6 briques bleues, on obtient une tour plus haute qu'avec 8 briques rouges et 2 briques rouges (6 et encore 6, c'est 12. 8 et encore 2 c'est seulement 10).

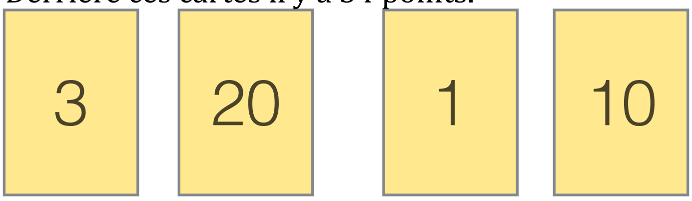
Dans la situation « **cartes à points** », on apprend à écrire en chiffres le nombre total de points au dos de cartes recto verso dont on ne voit que la face chiffrée (les cartes comportent une constellation de points sur une face, le nombre de points écrit en chiffres sur l'autre).
On apprend également à réaliser une collection d'un nombre donné de points (le nombre est fourni en écriture chiffrée) en utilisant les mêmes cartes, dont on ne voit que la face chiffrée.

Il s'agit d'utiliser intensivement le fait que si un nombre de points s'écrit avec deux chiffres, le premier chiffre compte des groupes de 10 points, le deuxième chiffre compte des points.

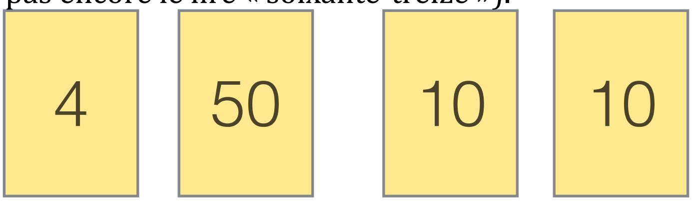
Derrière ces cartes il y a 32 points.



Derrière ces cartes il y a 34 points.



Derrière ces cartes il y a 74 points (ce que l'on peut écrire et comprendre même si on ne sait pas encore le lire « soixante-treize »).

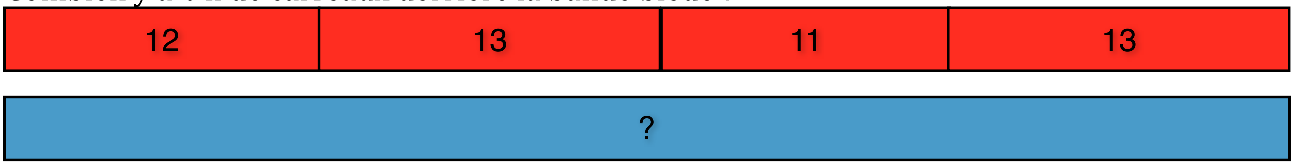


Pour prendre 36 points en utilisant ces cartes je peux prendre les cartes 10, 10, 9, 1 et 6.

Dans la situation « **bandes quadrillées** », on apprend à mobiliser toutes les connaissances précédentes pour résoudre certains problèmes numériques.

Le nombre écrit sur chaque bande correspond au nombre de carreaux situés au verso.

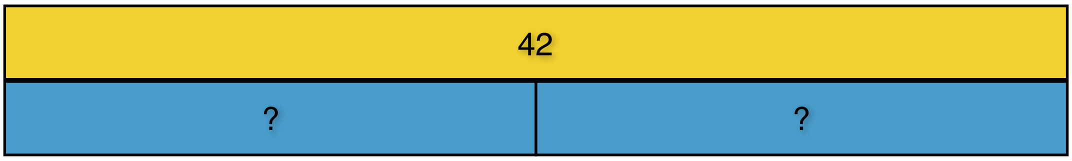
Combien y a-t-il de carreaux derrière la bande bleue ?



12, c'est 10 et encore 2, 13 c'est 10 et encore 3

En tout derrière les bandes rouges il y a quatre groupes de 10 carreaux et encore 2, 3, 1 et 3 carreaux. 2, 3, 1 et 3 c'est 9 (nombreuses procédures possibles) le nombre total de carreaux s'écrit donc 49.

Les deux bandes bleues sont identiques, combien y a-t-il de carreaux derrière chaque bande bleue ?



Derrière la bande jaune, il y a 4 dizaines de carreaux et encore 2 carreaux.
La moitié de tous ces carreaux, c'est 2 dizaines de carreaux et encore 1 carreau.
Au dos de chaque bande bleue il y a 21 carreaux.

On voit à travers ces exemples que l'enseignement de la résolution de problème ne consiste pas du tout dans notre proposition à faire reconnaître des catégories de problèmes pour en déduire l'opération à effectuer :
Pour certains problèmes (comparer des tours) la réponse attendue n'est pas un nombre.
Dans les autres cas, sauf éventuellement en toute fin d'année le problème n'est pas fourni sous forme d'un texte.
Les procédures possibles sont souvent variées. Très souvent effectuer une opération n'est pas la procédure la plus économique.
L'écriture symbolique de phrases mathématiques comme 12 + 13 = 25 n'est en général pas une procédure pour résoudre le problème, c'est une trace écrite a posteriori.