

Cartes à points

Cette situation a pour but principal de faire utiliser de façon intensive, afin qu'elle soit mémorisée à long terme, la connaissance explicitée à travers la situation "introduction au système décimal" :

Quand il y a des groupes de dix choses et des choses toutes seules, pour écrire combien il y a de choses en tout on écrit :
d'abord le chiffre qui compte les groupes de dix,
puis le chiffre qui compte les choses toutes seules.

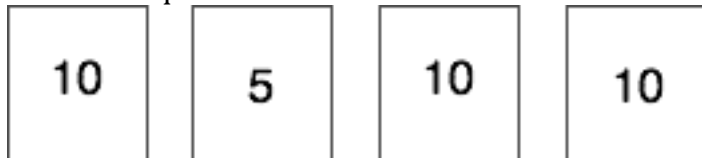
Il est donc absolument indispensable que la situation "introduction au système décimal" ait été travaillée auparavant.

Quelques choix pour cette situation

Des réponses écrites en chiffres et décrites avant d'être lues

La tâche principale dans cette situation consiste à écrire en chiffres le nombre total de points figurant au dos de plusieurs cartes affichées au tableau.

Les élèves qui voient ceci :



doivent écrire sur leur ardoise 35

Une autre tâche mettant en jeu les mêmes connaissances est décrite en dernière page de cette situation sous le titre "le compte est bon", elle peut être introduite rapidement (aux environs de la quatrième séance) en utilisant la même progression concernant les valeurs numériques que pour la tâche principale.

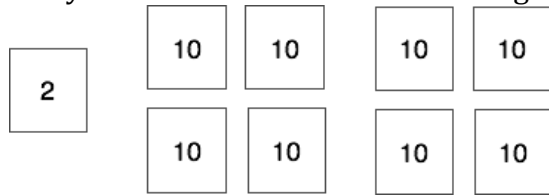
Lors des phases de mise en commun l'enseignant commence toujours par écrire le nombre au tableau en formulant une explication proche de "le nombre de points s'écrit avec un 3 qui veut dire 3 paquets de 10 points et un 5 qui veut dire 5 points tout seuls". Dans un deuxième temps seulement il peut lire ou demander à un élève de lire le nombre "il y a 35 points"

Cette façon de procéder met en évidence la simplicité et la régularité du système décimal de position comparé à la désignation orale des nombres en français. Une seule règle sans exception permet d'expliciter la correspondance entre quantité et nombre écrit.

Il se peut que certains élèves trouvent la réponse exacte par d'autres procédures.

Pour l'exemple ci-dessus on peut par exemple compter de dix en dix puis ajouter cinq : "dix, vingt, trente, trente-cinq" et terminer en utilisant la connaissance "quand on entend trente, le nombre s'écrit en commençant par un 3".

C'est pourquoi l'enseignant proposera rapidement des cas dans lesquels l'explicitation du système décimal donne un avantage décisif :



Il est probable qu'à ce stade de l'année les élèves ne sachent pas encore lire ce nombre. L'enseignant dit alors comme pour les autres nombres "le nombre de points s'écrit avec un 8 qui veut dire 8 paquets de 10 points et un 2 qui veut dire 2 points tout seuls". Il précise ensuite "vous ne savez pas encore lire ce nombre, vous l'apprendrez bientôt, il s'appelle quatre-vingt-deux".

L'absence de tableau de numération

La grande majorité des méthodes proposées pour le CP s'appuient sur l'usage du tableau de numération. L'élève doit souvent commencer par remplir le tableau puis écrire le nombre à l'extérieur du tableau comme dans l'exemple suivant :

Remplis le tableau puis écris combien il y a de points.



d	u

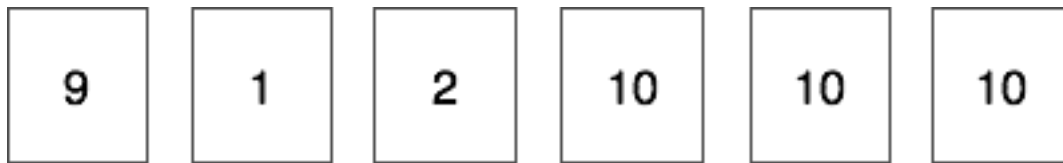
Il y a..... points.

Dans un tel exercice, l'élève n'a pas besoin de mobiliser les deux connaissances essentielles à une bonne compréhension du système décimal :

- Le fait de grouper par 10 est imposé (dans certains cas il est demandé aux élèves d'effectuer eux mêmes les groupements par 10 ce qui ne change rien, l'important étant que les élèves se souviennent de la nécessité de grouper par 10),
- le fait que le premier chiffre compte des dizaines et le deuxième des unités est imposé par le tableau et la dernière phase consiste juste à recopier hors du tableau les chiffres tels qu'ils sont placés dans le tableau, les élèves n'ont pas besoin de se soucier de l'ordre des chiffres.

Dans l'exercice suivant au contraire, pour réussir l'élève doit penser à utiliser des groupements par 10 et à la position des chiffres :

Écris combien il y a de points en tout derrière les cartes :



Une situation sans validation par le matériel

Dans cette situation on s'entraîne à utiliser une convention d'écriture. On a déjà vérifié plusieurs fois lors de la situation "introduction au système décimal" que cette convention est cohérente avec ce qu'on savait des nombres et de leur écriture auparavant :



En comptant les points ci-dessus un à un, on trouve qu'il y en a trente-quatre. On sait que les nombres qui se disent "trente..." s'écrivent en commençant par un 3, le nombre de points ci-dessus s'écrit donc 34. On écrit la même chose (mais bien plus rapidement) en utilisant le système décimal.

La vérification effectuée à la fin de chaque exercice consiste donc seulement à s'assurer qu'on a utilisé correctement la convention (les groupements contiennent-ils bien 10 points ? Le chiffre comptant les groupes de 10 est-il bien écrit à gauche ?).

Le comptage des points un à un peut cependant être effectué, de façon très exceptionnelle, dans le but de montrer que l'utilisation du système décimal est beaucoup plus efficace pour parvenir au même résultat.

L'apprentissage du vocabulaire n'est pas l'essentiel.

Les termes "dizaine" et surtout "unité" sont, au début de ce travail, plutôt une gêne qu'une aide car l'insistance sur leur utilisation risque de faire croire à certains élèves que l'important est d'apprendre ces mots nouveaux.

Nous pensons préférable de décrire la règle essentielle à l'aide de mots ordinaires et d'introduire seulement ensuite les termes techniques.

Dans notre description de la première séance, l'enseignant utilise des expressions comme "groupe de 10 points" et "point tout seul". Quelques séances plus tard il introduira progressivement le mot "dizaine" d'abord de façon redondante.

Il dira par exemple :

Il y a quatre groupes de 10 points.

puis :

Il y a quatre groupes de 10 points, quatre dizaines de points.

et enfin :

Il y a quatre dizaines de points.

Le mot "dizaine" ne pose pas de problème particulier, il fonctionne comme "douzaine" or les enfants comprennent sans problème ce qu'est une douzaine d'oeufs ou de sardine. On dira toujours "une dizaine de points", trois dizaines de cubes" ou "deux dizaines d'allumettes" et non simplement "deux dizaines".

En revanche le mot "unité" est très polysémique. Nous proposons de ne pas l'utiliser et d'utiliser le nom des objets que l'on dénombre : cinq cubes, quatre points ou sept étoiles.

Matériel

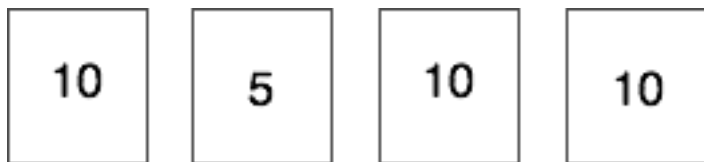
Pour l'enseignant : des cartes recto verso à afficher au tableau. Chaque carte comporte un nombre écrit en chiffres au recto et la quantité correspondante de points, disposés en constellation facilement reconnaissable au verso.

Pour chaque élève : une ardoise

Déroulement de la première séance

L'enseignant fait constater pour plusieurs cartes que le nombre écrit sur une face correspond au nombre de points disposés en constellation au verso. Il précise qu'il en est de même pour toutes les autres cartes.

L'enseignant affiche ces cartes au tableau :



— Écrivez en chiffres combien il y a de points en tout derrière ces cartes.
Les élèves répondent sur leur ardoise qu'ils montrent ensemble au signal de l'enseignant.

Quand les élèves ont répondu l'enseignant corrige :

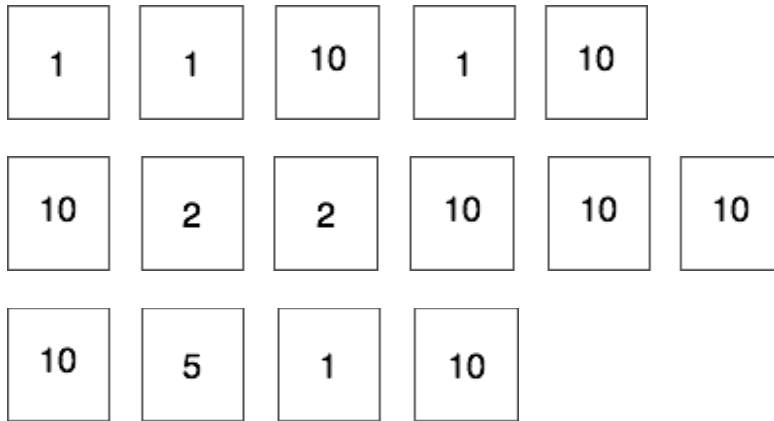
— Il y a trois groupes de 10 points et encore 5 points.
Pour écrire le nombre de points j'écris en premier le 3 qui veut dire "3 paquets de 10 points" puis le 5 pour dire "et 5 points qui ne sont pas dans des paquets de 10".

Il écrit au tableau "35 points"

Dans cette première séance, l'enseignant propose des exemples ayant les caractéristiques suivantes :

- Le chiffre des unités du nombre total de points n'est pas 0 (ce cas sera introduit dès la deuxième séance).
- La somme des cartes autres que 10 est inférieure à 10 et facile à calculer.
- Les cartes 10 ne sont pas systématiquement placées à gauche du tableau.





Remarque sur la mise en commun : il n'est pas nécessaire de traiter collectivement tous les cas erronés qui peuvent se présenter : l'enseignant peut se contenter de noter rapidement les erreurs qu'il observe pour décider après la séance s'il s'agit d'erreurs sans signification particulière (une carte 10 oubliée par exemple) ou s'il convient de revenir sur une erreur particulière. C'est rarement le cas à ce stade car il s'agit d'appliquer une procédure standard. Il est probablement plus efficace de rappeler pour chaque nouvelle exercice la procédure correcte.

Évolutions de la situation

Introduction d'une tâche de décodage

L'enseignant écrit au tableau "27 points".

Il demande à un élève volontaire de venir placer les cartes qu'il faut pour obtenir ce nombre de points.

Après plusieurs exemples de ce genre (avec par exemple les nombres 32, 43, 20) le même exercice est repris en procédé Lamartinière, chaque élève écrivant sur son ardoise les cartes qu'il faut placer au tableau.

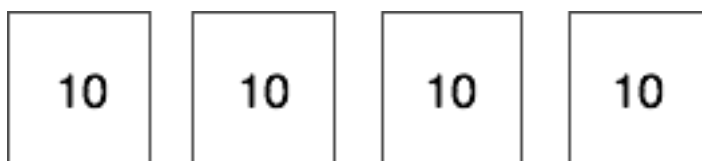
Progression liée aux valeurs numériques dans les exercices de codage.

Cas où le chiffre des unités est 0 (introduit dès la deuxième séance)

Ce cas est fondamental : le chiffre 0 dans "50" indique certes qu'il n'y a pas d'unité isolées mais il indique surtout que le chiffre 5 désigne 5 dizaines. S'il s'agissait seulement d'indiquer une absence, il suffirait de ne rien écrire (on ne juge pas utile d'écrire 50 sous la forme 050 pour indiquer qu'il n'y a pas de centaine).

Le déroulement reste le même :

— Écrivez sur votre ardoise combien il y a de points en tout derrière ces cartes.



Il est probable que certains élèves écriront 4. L'enseignant demande alors s'ils pensent vraiment qu'il y a 4 points en tout. Si nécessaire il retourne une des cartes 10 et commence à compter les points :

— un, deux, trois, quatre. Il y a déjà plus de quatre points sur cette carte. En tout il y a beaucoup plus de quatre points.

— Vous vouliez dire qu'il y a 4 groupes de 10 points, et pas 4 points".

— Si j'avais mis ça au tableau, vous ne vous seriez pas trompés :

10	10	10	10	5
----	----	----	----	---

— Vous auriez écrit ça (il écrit 45 au tableau).

Si j'avais mis ça au tableau, vous ne vous seriez pas trompés :

10	10	10	10	2
----	----	----	----	---

— Vous auriez écrit ça (il écrit 42 au tableau).

— Ce qui vous a gêné, c'est qu'il n'y a pas de point isolé en plus des paquets de 10. Et bien quand il n'y a pas de point isolé, on écrit un 0 comme dernier chiffre (il écrit 40 au tableau).

Comme ça, on voit bien que le chiffre 4 veut dire 4 groupes de 10 points, pas 4 points.

Cas où certaines dizaines doivent être obtenues par groupement.

Ce cas permet d'insister sur le fait que seul le chiffre de droite compte des unités ; il faut donc, avant d'écrire le nombre, effectuer des regroupements en dizaines jusqu'à avoir moins de 10 unités isolées.

Ce cas permet par ailleurs de mobiliser en calcul mental les compléments à 10.

On proposera d'abord des cas où les regroupements par 10 sont faciles et fortement suggérés par la disposition des cartes :

5 ; 5 ; 2 ; 10 ; 10 ; 10

Lors de la mise en commun suivant cet exemple, l'enseignant peut dire :

— Cinq et encore cinq, c'est dix. Je mets ensemble ces deux cartes cinq (il les rapproche) c'est comme si j'avais une carte dix. Il y a quatre groupes de dix points et 2 points tout seuls, le nombre de points s'écrit avec un 4 et un 2 (il écrit 42 au tableau).

7 ; 10 ; 10 ; 10 ; 9 ; 1 ; 9 ; 1

Quand la nécessité de faire des regroupements par 10 est bien intégrée par tous les élèves on introduit progressivement des cas où les groupes de 10 sont moins faciles à constituer soit parce que les cartes à associer ne sont pas placées côte à côte, soit parce que les sommes utilisées sont moins bien connues.

10 ; 9 ; 10 ; 10 ; 3 ; 1 ; 10
10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 4 ; 7 ; 3
3 ; 10 ; 10 ; 8 ; 10 ; 4 ; 7 ; 6
10 ; 4 ; 2 ; 10 ; 8 ; 6

Cas où certaines dizaines doivent être obtenues par dissociation.

Ce cas est important mais difficile car les élèves doivent combiner une phase de décodage et une phase de codage.

Si l'enseignant propose les cartes 10 6 30, l'élève doit :

- penser que 30 points c'est trois groupes de 10 points,
- en déduire que tout se passe comme s'il y avait quatre groupes de 10 points au tableau,
- Raisonner comme lors des exercices précédents pour conclure que le nombre de points s'écrit 46

On proposera d'abord de dissocier des nombres dont le chiffre des unités est 0 :

10 ; 10 ; 4 ; 20 ; 10
2 ; 2 ; 50 ; 10 ; 10 ; 10
30 ; 20 ; 10 ; 10

Lors de la mise en commun suivant le premier exemple, l'enseignant peut dire en montrant la carte 20 :

— Ce nombre s'écrit avec un 2 puis un 0, j'ai d'abord écrit le 2 qui veut dire 2 groupes de 10 points puis le 0 qui veut dire qu'il n'y a pas d'autres points sur cette carte (au besoin il retourne la carte pour montrer les deux groupes de dix points).

2 groupes de 10 ici et encore 3 cartes 10 ça fait 5 groupes de 10 points. Le nombre de points en tout s'écrit avec un 5 et un 4 (il écrit 54 au tableau).

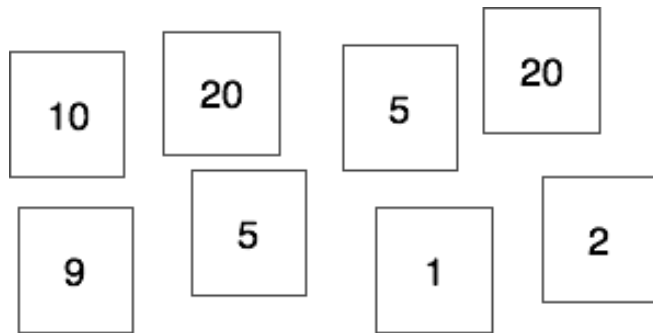
Remarque : cette formulation est un peu longue, mais c'est nécessaire pour faire le lien avec les formulations précédentes qui étaient des règles d'action ("pour écrire le nombre...". L'enseignant jugera d'après les réactions de ses élèves à quel moment il peut abandonner les références à l'action pour dire seulement à propos du nombre qui s'écrit 30 "c'est trois groupes de dix points"

On introduira ensuite des cas où les dissociations produisent des unités isolées.

10 ; 10 ; 25 ; 10 ; 10
10 ; 4 ; 10 ; 34 ; 10 ; 10
32 ; 22 ; 2 ; 10

Le compte juste.

La situation détaillée dans "le compte juste", enrichie par la connaissance du principe de l'écriture décimale des nombres permet de proposer aux élèves une tâche de décodage et non plus de codage. en voici un exemple.



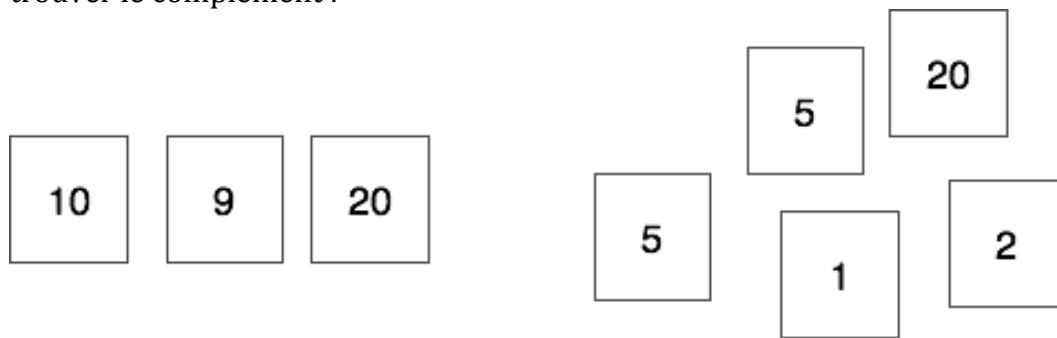
L'enseignant écrit au tableau "35 points" puis dit :

— Je veux prendre ce nombre de points, en utilisant seulement des cartes du tableau, écrivez sur votre ardoise quelles cartes je dois prendre.

Lors de la mise en commun, l'enseignant recopie au tableau la proposition d'un ou deux élèves et demande à la classe s'il y a bien le nombre de points voulus.

Il traite individuellement les autres propositions

Variante : l'enseignant choisit une partie des cartes à utiliser et demande aux élèves de trouver le complément :



Il écrit au tableau 50 puis dit :

— Je veux avoir 50 points en tout. J'ai déjà choisi les cartes 10, 9 et 20 que j'ai mises de côté. Écrivez sur votre ardoise quelles cartes je dois prendre.

Cas où il y a plus de dix dizaines

Ces cas ne sont pas absolument indispensables. Si l'enseignant craint que cela soit trop difficile il peut s'en dispenser. Nous les mentionnons néanmoins parce qu'ils présentent deux intérêt majeurs :

Insister sur la dissociation entre numération écrite et orale : on sait déjà écrire des nombres dont on ne connaît pas le nom.

Préparer pour le CE1 une compréhension souple de la numération écrite (voir encadré ci-dessous).

L'enseignant peut proposer aux élèves les cartes suivantes :

50 ; 50 ; 4 ; 10 ; 10 ; 10

90 ; 10 ; 10 ; 5

80 ; 3 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10

Pour le cas 50 ; 50 ; 4 ; 10 ; 10 ; 10 il n'est pas très difficile pour les élèves de trouver qu'il y a derrière les cartes 13 groupes de 10 points et 4 points isolés.

En revanche, la règle telle qu'elle a été énoncée ne permet pas d'écrire le nombre puisqu'elle parle d'un nombre à deux chiffres. L'enseignant doit donc reformuler la règle : "Quand un nombre s'écrit avec plusieurs chiffres, le dernier chiffre compte des choses toutes seules, ce qui est écrit devant compte des groupes de dix choses".

Il donne des exemples en écrivant au tableau des nombres à trois chiffres :

234

— On ne sait pas encore lire ce nombre mais il veut dire vingt-trois paquets de dix choses et quatre choses isolées.

105

— On ne sait pas encore lire ce nombre mais il veut dire dix paquets de dix choses et cinq choses isolées.

Intérêt de ces cas pour la suite

245 c'est deux centaines et quarante-cinq unités comme l'oral le suggère, c'est aussi deux centaines quatre dizaines et cinq unités, décomposition largement travaillée au CE1. La décomposition 245 c'est 24 dizaines et 5 unités que nous mettons en évidence ici est beaucoup plus rarement travaillée.

Elle est pourtant très importante dans plusieurs situations :

Pour partager en trois parts égales 396 il est très pratique de savoir analyser ce nombre comme 3 centaines 9 dizaines et 6 unités. En revanche pour partager en trois parts égales 153 la décomposition canonique 1 centaine 5 dizaines et 3 unités n'aide en rien alors que la décomposition en 15 dizaines et 3 unités permet d'aboutir facilement.

Pour la soustraction posée, la méthode par "cassage des dizaines" est facile à expliquer et à utiliser quand le chiffre des dizaines est différent de 0. En revanche, si on pose 305 - 188, la seule façon de conserver la simplicité de la méthode consiste à voir 305 comme "trente dizaines et 5 unités".

On peut alors procéder ainsi :

je ne peux pas enlever 8 unités de 5 unités.

Comme dans 305 il y a 30 dizaines, je casse une des dizaines pour former 10 unités. J'ai maintenant 29 dizaines et 15 unités... je peux poursuivre la soustraction.

Décontextualisation

Cartes seulement évoquées.

Après avoir pendant de nombreuses séances affiché au tableau les cartes à point pour chaque question, l'enseignant les évoque sans les afficher :

— Maintenant que vous savez bien travailler avec les cartes, je ne les affiche plus, j'écris seulement les nombres. Si pour un exercice vous avez vraiment besoin des cartes, vous pouvez me demander de les sortir (ce qui ne devrait pas avoir lieu).

Écriture de la question sous forme d'un calcul

Après avoir affiché les cartes ou écrit les nombres au tableau l'enseignant pose la question habituelle :

—Écrivez en chiffres combien il y a de points en tout.

Si les nombres proposés sont 10 ; 10 ; 5 ; 10 ; 5 ; 3 il écrit au tableau :

$10 + 10 + 5 + 10 + 5 + 3 = ?$ et commente :

cette écriture est une autre façon de demander combien il y a de points en tout.

L'enseignant évoque lors des mises en commun les déplacements de cartes effectués lors de séances précédente pour justifier deux actions possibles :

on peut regrouper dans sa tête deux nombres qui ne sont pas écrits à la suite (comme les deux 5 de l'exemple)

on peut écrire le calcul dans un autre ordre à condition de ne rien oublier, ça ne change pas le résultat.

Plus tard, le travail est posé exclusivement sous forme d'addition écrite au tableau, sans référence aux cartes à points.