

Un nombre, plusieurs écritures

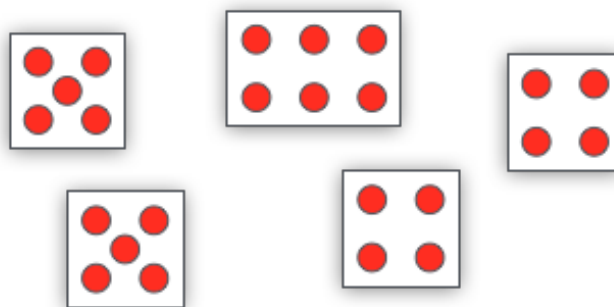
à partir de la fin de la période 2

Matériel

Pour l'enseignant : Des cartes recto-verso portant les constellations classiques sur une face et l'écriture chiffrée sur l'autre.

Pour les élèves :

Déroulement de la première séance.

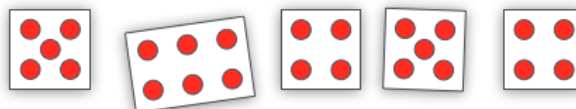


Ces constellations sont affichées

— Je vais écrire de plusieurs façons combien il y a de points au tableau.

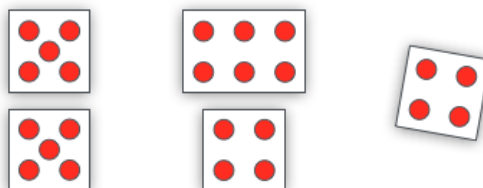
$$5 + 6 + 4 + 5 + 4$$

L'enseignant déplace les cartes pour les placer dans un ordre correspondant à celui de l'écriture, ce qui permet aux élèves de vérifier facilement qu'il a bien pris en compte chaque carte une seule fois.



— Au tableau, il y a 5 points et 6 points, et 4 points et 5 points et encore 4 points

$10 + 10 + 4$ Les cartes sont à nouveau placées pour faciliter la vérification :



— Il y a 10 points ici (il montre 5 et encore 5) 10 points là (il montre 6 et 4) et encore 4 points.
En tout il y a dix points plus dix points plus quatre points

$$6 + 8 + 10$$

Le nombre de points du tableau est égal à six plus huit plus dix

$$9 + 9 + 6$$

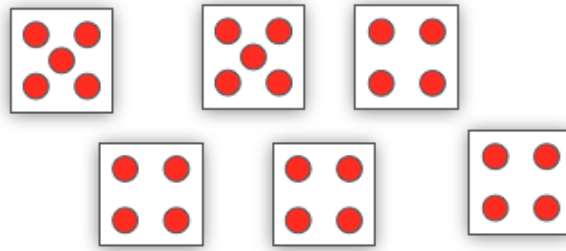
Le nombre de points du tableau est aussi égal à neuf plus neuf plus six

Remarques :

L'enseignant justifie ces deux écritures en déplaçant les cartes pour montrer les groupements pertinents comme pour $10+10+4$.

Il veille à varier les formulations orales en utilisant "plus" ou "et" et en précisant que l'on compte des points parfois pour chaque nombre énoncé, parfois seulement pour l'ensemble.

L'enseignant place au tableau de nouvelles constellations



En groupes, vous allez chercher le plus possible d'écritures pour expliquer combien il y a de points au tableau. Vous notez toutes les écritures que vous trouvez sur cette feuille blanche que je vous donne.

Après une recherche ne durant pas plus de cinq minutes l'enseignant procède à une mise en commun en demandant une écriture à un groupe puis une écriture différente à un autre groupe jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de propositions.

Il recopie au tableau les écritures proposées en regroupant celles qui utilisent les mêmes termes.

Si par exemple un groupe propose $10 + 8 + 8$ et un autre $8 + 10 + 8$, l'enseignant écrit ces deux propositions l'une au dessus de l'autre.

Pour chaque proposition, il laisse brièvement les élèves vérifier qu'elle désigne bien le nombre de points après avoir placé lui même les cartes dans une disposition facilitant cette vérification, ou envoyé un élève au tableau pour le faire.

Le nombre d'écritures possibles est très important (il y en a 118 si on se limite aux nombres correspondant aux cartes utilisées ou à des groupements de 2 cartes). On ne cherche donc pas l'exhaustivité.

Après quelques minutes, le tableau peut ressembler à ceci :

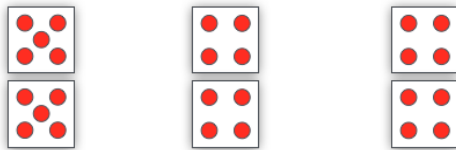
$10+8+4+4$	$5+5+8+8$	$5+4+4+5+4+4$	$10+8+8$	$9+9+8$
$8+4+10+4$	$8+8+5+5$	$5+5+4+4+4+4$	$8+8+10$	
$4+4+8+10$				

L'enseignant interrompt alors la collecte des résultats et attire l'attention des élèves sur les groupements qu'il a effectués :

— Voyez-vous pourquoi j'ai fait mis certaines réponses ensemble, pourquoi j'ai fait des familles ?

Si aucun élève ne parvient à expliquer comment sont faites les familles, l'enseignant le fait :

— J'ai mis ensemble les écritures où on a regroupé les mêmes cartes. Par exemple pour écrire $10+8+8$ on a regroupé les cartes comme ça :



Quand les cartes sont placés comme ça, on voit bien un groupe de dix points et deux groupes de huit points.

Pour dire qu'il y a ces trois groupes, je peux écrire $10+8+8$ ou $8+10+8$ ou $8+8+10$.

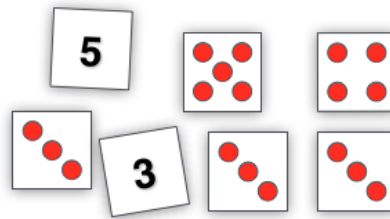
Peu importe ce que je compte en premier, il y a toujours autant de points.

De la même façon, $5+5+8+8$ ou $8+8+5+5$ ou encore $5+8+8+5$ ou $5+8+5+8$ c'est la même chose : on ajoute les mêmes nombres, il n'y a que l'ordre qui change. C'est pour ça que je mets toutes ces écritures dans la même famille.

Nous n'agrandirons plus les familles qui sont déjà au tableau.

Avez-vous des écritures pour commencer de nouvelles familles ?

Le travail est repris à propos de ces constellations.



— Vous avez vu que j'ai retourné certaines cartes, derrière cette carte il y a 5 points et derrière celle-ci il y en a trois, il faut les compter même si on ne les voit pas. Vos écritures doivent expliquer combien il y a de points en tout, ceux qu'on voit et ceux qui sont cachés.

— Dans chaque groupe, vous essayez de ne pas noter deux écritures avec les mêmes nombres, de la même famille.

Remarque : Le côté des cartes où figurent les constellations rappelle ce dont on parle : il s'agit toujours d'écrire le nombre de points figurant sur les cartes. En revanche il se peut que certains élèves tentent de compter les points un à un.

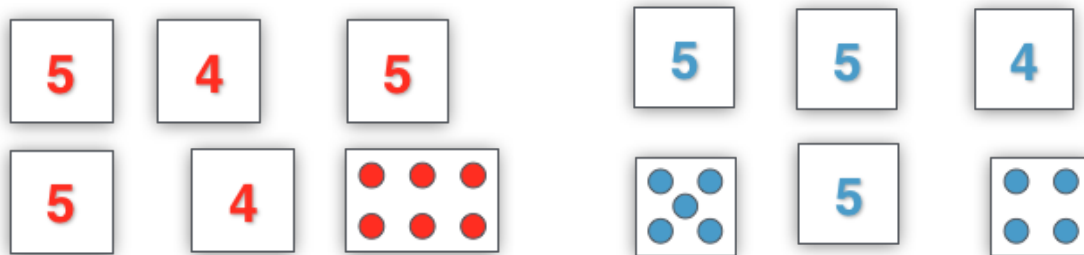
Montrer le côté où figure l'écriture chiffrée présente les avantages et les inconvénients inverses.

C'est pourquoi nous proposons de travailler au début avec des points visibles puis avec un mélange.

L'enseignant utilisera de plus en plus d'écritures chiffrées tout en continuant à montrer de temps à autre une ou deux faces pointées afin de rappeler ce dont on parle.

Déroulement des séances suivantes

Les élèves sont regroupés par 3 ou 4.



L'enseignant place au tableau deux groupes de cartes de couleurs différentes et écrit ceci :

A
 $5 + 5 + 4 + 5 + 4 + 6$

B
 $10 + 4 + 5 + 10$

C
 $4 + 5 + 5 + 4 + 6 + 5$

D
 $5 + 5 + 5 + 5 + 4 + 4$

E
 $10 + 10 + 4 + 4$

F
 $5 + 9 + 9 + 6$

— J'ai écrit des façons de compter les ronds rouges et des façons de compter les ronds bleus. Chacune de ces écritures compte les points d'une couleur, mais je ne vous dis pas laquelle. C'est ce que vous devrez trouver. J'ai donné des noms avec des lettres aux différentes écritures comme ça, si vous pensez que l'écriture A compte les points rouges, vous écrivez A en rouge sur la feuille du groupe. Si vous pensez que l'écriture F compte les points bleus, vous écrivez F en bleu.

Je vous laisse y réfléchir un peu, comme c'est la première fois que nous faisons ce travail, si vous n'avez pas d'idée je vous expliquerai comment on peut trouver pour que vous puissiez réussir la prochaine fois.

Après quelques minutes laissées à la réflexion, l'enseignant interroge les élèves : savent-ils de quelle groupe de points parlent certaines écritures.

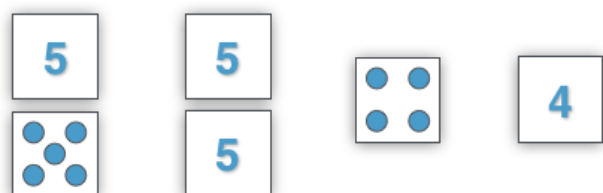
Si des réponses sont fournies, l'enseignant étaye les argumentations.

Sinon il n'hésite pas à fournir lui même des réponses argumentées, par exemple :

—Je suis sûr que A compte les points rouges : l'écriture A dit d'ajouter tous les nombres des étiquettes rouges et rien d'autre. Pour appuyer cette explication, l'enseignant place les étiquettes rouges dans l'ordre correspondant à l'écriture A.



—Je suis sûr que E compte les points bleus, on le voit mieux si on regroupe les cartes comme ça : il y a 10 points ici, 10 points ici, et encore deux groupes de 4.



Dans ce premier exemple, aucune des procédures suivantes, qui présentent des difficultés, n'est nécessaire :
 Regrouper deux cartes placées loin l'une de l'autre au tableau.
 Regrouper plus de deux cartes.
 Dissocier les points d'une carte en deux groupes.

Ces difficultés sont introduites progressivement dès que la consigne est bien comprise.

Exemples d'échantillons pouvant être utilisés pour ce travail :

5 4 4 5 3 3 vs 5 4 5 3 3 3
 $8+8+5+3$ $4+10+9$ $6+9+9$ $6+9+8$ $10+7+6$ $10 + 8 + 6$

L'enseignant choisit les écritures en fonction de ce qui a été travaillé dans les séances précédentes.
 Si on vient d'apprendre que 5 et encore 3 c'est 8 on proposera par exemple :

5 5 4 6 3 3 vs 5 5 4 4 3 3
 $8+8+6+4$ $8+8+8$ $10+10+6$ $9+9+8$ $10+7+7$ $10+8+6$

Si on vient d'apprendre qu'un nombre qui vaut 10 plus un nombre plus petit que 10 s'écrit toujours avec un 1 suivi du nombre plus petit que 10, on proposera par exemple :

10 10 4 5 9 vs 5 5 10 9 4 4
 $14+15+9$ $19+10+9$ $19+9+9$ $19+10+8$ $19+19$ $18+19$

Variante

L'enseignant écrit au tableau six sommes qui décrivent comme précédemment des groupements de points mais sans afficher les cartes.

Aujourd'hui, je laisse les cartes bleues et rouges sur mon bureau, je les afficherai à la fin si nous en avons besoin pour nous mettre d'accord.

$$\begin{array}{c} \text{A} \\ 5 + 5 + 10 + 10 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{B} \\ 6 + 10 + 6 + 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{C} \\ 10 + 10 + 10 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{D} \\ 6 + 6 + 6 + 6 + 4 + 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{E} \\ 5 + 5 + 6 + 4 + 9 + 1 + 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{F} \\ 12 + 12 + 8 \end{array}$$

Comme vous ne voyez pas les points, vous ne pouvez pas dire si l'écriture A dit combien il y a de points rouges ou si elle dit combien il y a de points bleus.

Mais vous pouvez quand même voir que certaines écritures parlent de la même collection de points.

Par exemple, je sais que 5 et encore 5 c'est 10, alors l'écriture A et l'écriture C parlent de la même collection de points, pour dire ça vous écririez sur votre feuille $A=C$