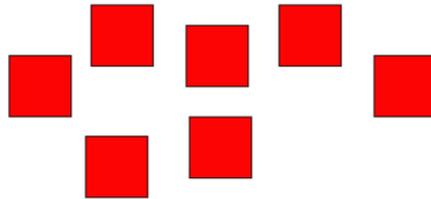


L'aire, qu'est-ce que c'est ?

Attention !

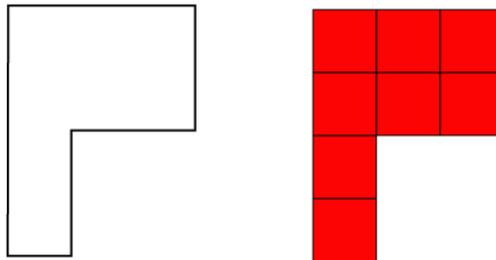
L'approche de la notion d'aire proposée ici souffre d'un petit défaut : elle est fautive.

Les arguments qui nous ont conduits à la retenir malgré tout sont exposés à la fin du document.



Voici des petits carrés, ils sont tous identiques. Ils vont nous servir à recouvrir des figures.

Prenons cette figure par exemple.

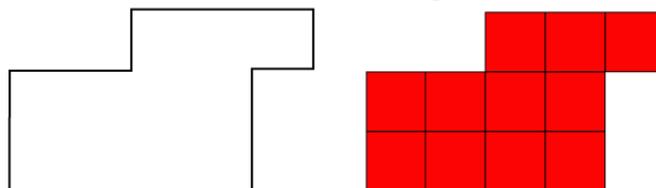


Je la recouvre avec des carrés rouges : un carré, deux, trois... et huit carrés.

On peut recouvrir exactement cette figure avec huit carrés rouges.

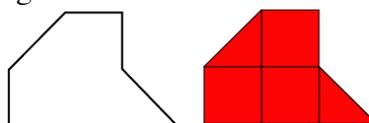
En mathématiques, il y a une expression pour dire ça :
on dit que l'aire de la figure est 8 carrés rouges.

Cette nouvelle figure peut se recouvrir avec 11 carrés rouges. Son aire est 11 carrés rouges.



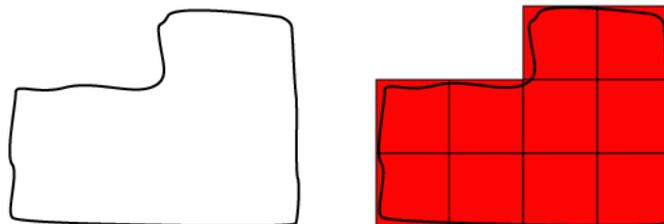
Cette figure peut se recouvrir avec 4 carrés rouges (il faut découper un carré en deux triangles).

L'aire de cette figure est 4 carrés rouges.



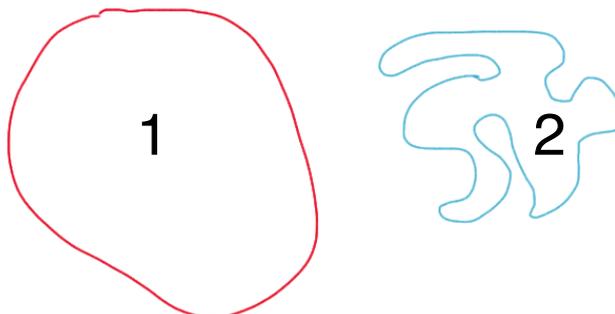
Avec 10 carrés rouges, on recouvre entièrement cette nouvelle figure, et même un peu plus.

Il faut un peu moins de 10 carrés rouges pour recouvrir la figure.
L'aire de la figure est un peu moins de 10 carrés rouges.

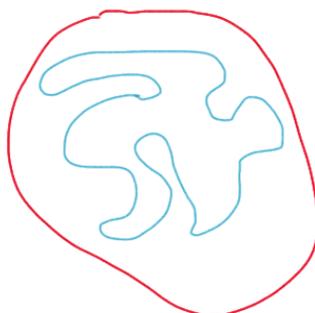


Maintenant, je vais vous montrer deux figures.

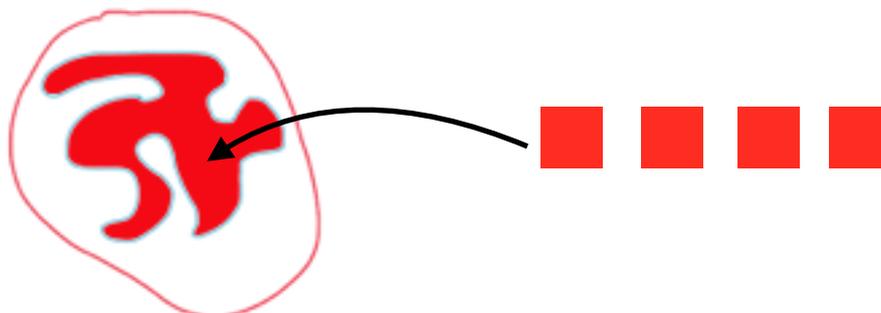
(remarque : la figure 2 est découpée dans du papier et non tracée au tableau pour pouvoir être déplacée)



- Laquelle de ces deux figures a la plus grande aire ?
- On ne sait pas, il faudrait prendre des carrés rouges pour les recouvrir.
- C'est vrai, on pourrait essayer de les recouvrir, mais ce n'est pas nécessaire : est-ce que ça vous semble plus facile en plaçant les figures comme ça ?
- euh...



— Imaginez qu'en découpant 4 carrés rouges j'ai réussi à recouvrir toute la figure numéro 2...



La figure 2 est recouverte, mais pas la figure 1.

Pour recouvrir la figure 1, il faut les 4 carrés rouges de la figure 2 et encore d'autres.

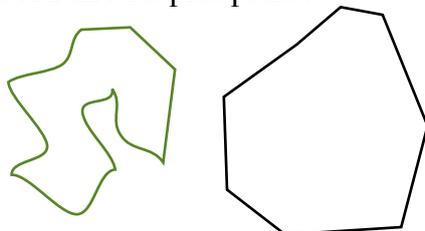
L'aire de la figure 1 est de plus de 4 carrés rouges, elle est plus grande que l'aire de la figure 2.

Il faut peut-être 5 carreaux et pas 4 carreaux pour recouvrir la figure 2, mais ça ne change rien : pour la figure 1 il en faudra 5 et encore d'autres.

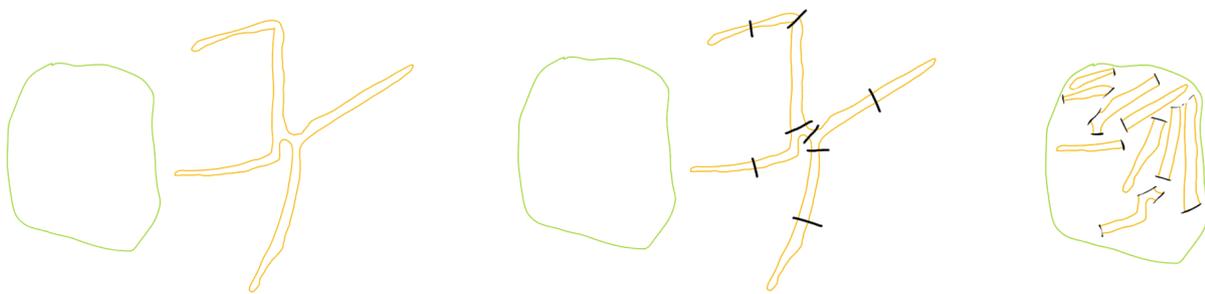
Et s'il ne faut que 3 carreaux pour la figure 2, il en faut 3 et encore d'autres pour la figure 1.

L'aire de la figure 1 est plus grande que l'aire de la figure 2.

On peut recommencer ce raisonnement avec ces figures : celle de gauche peut être placée à l'intérieur de celle de droite, alors son aire est plus petite.



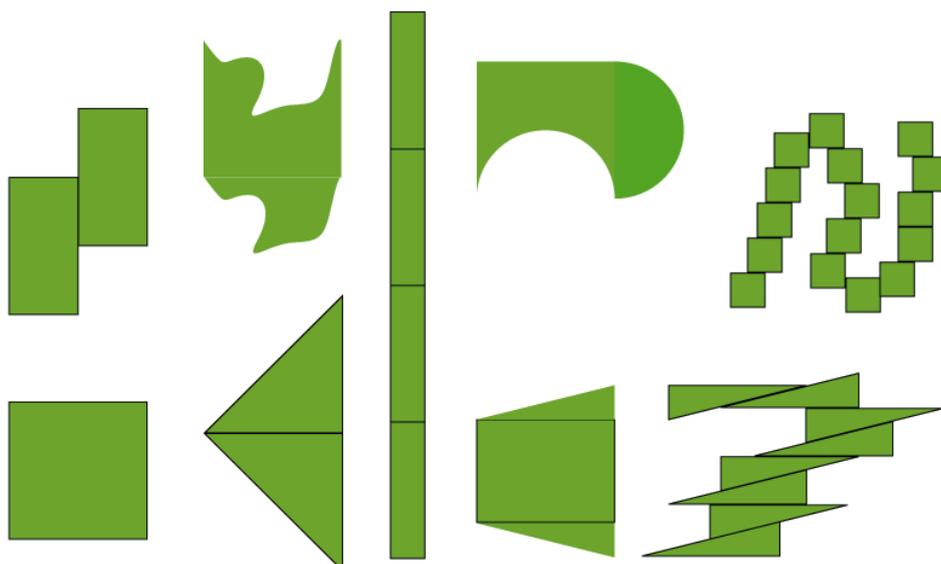
Le même raisonnement peut aussi s'appliquer aux figures suivantes à condition de procéder à un peu de découpage.



— Pour finir notre première séance de travail sur l'aire, nous allons construire ensemble un musée de l'aire... pour ça, je vous donne des petites feuilles carrées, et vous inventerez d'autres figures qui ont toutes la même aire que ces petites feuilles.

Je vous donne un exemple pour commencer...

L'enseignant découpe une feuille carrée en deux ou trois parties qu'il assemble dans une autre position sans que les morceaux se recouvrent et explique que, comme les deux figures sont faites avec les mêmes morceaux il faut les mêmes carrés rouges pour les recouvrir, elles ont la même aire.



Pourquoi la définition de l'aire que nous donnons est-elle fausse ?

Dans le « domaine des objets longs », on peut distinguer :

- Les objets réels, physiques : une baguette mince
- La représentation de ces objets : un trait droit tracé au crayon sur une feuille
- L'objet mathématique (abstrait) : un segment de droite (qui contrairement au trait de crayon n'a pas d'épaisseur)
- La longueur de ces objets qui est une de leurs caractéristiques. Remarquons qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser des nombres pour dire laquelle parmi deux baguettes a la plus grande longueur, il suffit de les placer côte à côte.
- La mesure de la longueur d'un de ces objets, qui est un nombre. Quand la comparaison en rapprochant les objets est impossible ou insuffisante, on choisit un objet de référence et le reporte autant de fois que nécessaire : cette baguette est longue comme 12 allumettes, ce trait est long comme 5 cm.

Dans le « domaine des objets plats », on peut distinguer :

- Les objets réels, physiques : une plaque de carton
- La représentation de ces objets : un dessin rectangulaire sur une feuille
- L'objet mathématique (abstrait) : un rectangle.
- L'aire de ces objets qui est une de leurs caractéristiques. Remarquons qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser des nombres pour dire laquelle parmi deux plaques de carton a la plus grande aire, il suffit de chercher à les superposer (c'est parfois difficile et ça peut obliger à détruire une des plaques à comparer en la découpant en petits morceaux).
- La mesure de l'aire d'un de ces objets, qui est un nombre. Quand la comparaison en superposant les objets est impossible ou insuffisante, on choisit un objet de référence(l'unité) et on recouvre les objets à comparer avec autant d'objets de référence que nécessaire : l'aire de cette plaque de carton est de 60 carrés rouges, l'aire de ce rectangle est de 140 centimètres carrés.

La définition que nous donnons ci-dessus n'est donc pas celle de l'aire des figures, mais celle de la mesure de leur aire quand on a choisi pour unité le carré rouge du tableau.

Pourquoi utiliser une définition fautive de l'aire ?

La principale raison est que la confusion introduite entre une grandeur (l'aire) et sa mesure ne porte pas à conséquence : en ce qui concerne les longueurs, on utilise sans problème l'expression « la longueur de ce crayon est 5 cm » qui confond la longueur et sa mesure.

Il nous semble que l'imprécision entraînée par notre approche est largement compensée par les deux avantages suivants :

Une définition de l'aire explicite et compréhensible est fournie : on sait de quoi on parle même si cette définition n'est pas tout à fait cohérente avec la définition savante.

Cela semble aller de soi, mais la consultation de quelques ouvrages de référence montre que donner une définition de l'aire accessible à des élèves de l'école élémentaire n'est pas si simple :

- Aire : Portion limitée de surface, nombre qui la mesure. V. Superficie. (Petit Robert 1981)
- Superficie : Nombre caractérisant l'étendue d'une surface. (idem)
- Aire : Mesure d'une surface limitée par des lignes. (Petit Larousse 1978)
- Aire : Surface, superficie. (Dictionnaire associé au correcteur orthographique Antidote)
- Superficie Valeur obtenue en mesurant une surface plane. Surface plane d'une chose considérée du point de vue de son étendue. (idem)
- L'aire est la propriété des surfaces liée à leur étendue (Dico math, Cap math CM1, Hatier).

Cette définition étant donnée, on revient très vite à l'idée essentielle de comparaison des aires par superposition ce qui est très important car un des principaux écueils dans l'enseignement du concept d'aire est en effet de passer trop vite au calcul, d'apprendre et d'utiliser des formules de calcul sans comprendre ce que l'on calcule.